UNIVERSIDADE ESTADUAL DA REGIÃO TOCANTINA DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E TECNOLÓGICAS — CCENT

CURSO DE MATEMÁTICA

AYRTON FERNANDO SOUSA ALMEIDA

A LINGUAGEM SIMBÓLICA E OS SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AO LONGO DA GRADUAÇÃO

Imperatriz
2026

AYRTON FERNANDO SOUSA ALMEIDA

A LINGUAGEM SIMBÓLICA E OS SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AO LONGO DA GRADUAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Yuri Rafael Leite Pereira.

Imperatriz
2026

A447l

Almeida, Ayrton Fernando Sousa

A linguagem simbólica e os sistemas de representação semiótica na construção do pensamento matemático ao longo da graduação. / Ayrton Fernando Sousa Almeida. – Imperatriz, MA, 2025.

44 f. ; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – UEMASUL, Imperatriz, MA, 2026.

1. Educação matemática. 2. Linguagem simbólica. 3. Representação semiótica. 4.Imperatriz - MA. I. Título.

CDU 510:37

Ficha elaborada pelo Bibliotecário: **Mateus de Araújo Souza CRB13/955**

CCENT - Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão

Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática intitulado **A linguagem simbólica e os sistemas de representação semiótica na construção do pensamento matemático ao longo da graduação** de autoria de Ayrton Fernando Sousa Almeida, aprovada pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:

gov.br Documento assinado digitalmente
YURI RAFAEL LEITE PEREIRA
Data: 19/01/2026 14:54:34-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Yuri Rafael Leite Pereira

Orientador

gov.br Documento assinado digitalmente
ELIEL CONSTANTINO DA SILVA
Data: 21/01/2026 13:56:27-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Eliel Constantino da Silva

UEMASUL

gov.br Documento assinado digitalmente
CARLA MELLI TAMBARUSSI
Data: 21/01/2026 16:36:59-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Cala Melli Tambarussi

UEMASUL

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar em tudo que conquistei até aqui, com alegria, apoio e esforço.

A minha família, por estarem sempre me apoiando para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu orientador, por ter aceitado o desafio de orientar esse trabalho, mesmo não sendo de sua área específica, acolheu o meu projeto.

A minha namorada Lívia Maria Martins, por estar comigo em todas as circunstâncias, sempre me guiando e mostrando uma luz nos momentos mais difíceis.

Agradeço aos meus professores que foram minha inspiração e referência durante todo o curso.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar o papel da linguagem simbólica e dos sistemas de representação semiótica na construção do pensamento matemático ao longo da graduação em Matemática. Fundamentos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Raymond Duval, o estudo discute a relevância das diferentes formas de representação - simbólica, algébrica, gráfica, numérica e discursiva - para a compreensão conceitual, a resolução de problemas e o desenvolvimento do pensamento matemático abstrato. A pesquisa caracteriza-se como bibliográfica, de natureza qualitativa, com base em obras clássicas da Educação Matemática. Conclui-se que a coordenação entre múltiplos registros de representação é condição essencial para a aprendizagem significativa e para a formação do rigor matemático no ensino superior.

Palavra-chave: Linguagem simbólica. Representação semiótica. Pensamento matemático. Educação Matemática. Ensino superior.

ABSTRACT

This work aims to analyze the role of symbolic language and semiotic representation systems in the construction of mathematical thinking throughout undergraduate mathematics studies. Based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, the study discusses the relevance of different forms of representation – symbolic, algebraic, graphical, numerical, and discursive – for conceptual understanding, problem-solving, and the development of abstract mathematical thinking. The research is characterized as bibliographic, qualitative in nature, and based on classic works in Mathematics Education. It concludes that the coordination between multiple representational registers is an essential condition for meaningful learning and for the development of mathematical rigor in higher education.

Keywords: Symbolic language. Semiotic representation. Mathematical thinking. Mathematics Education. Higher education

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Matemática caracteriza-se por ser uma ciência essencialmente simbólica, cuja linguagem própria permite a formalização de conceitos abstratos, a generalização de propriedades e a comunicação precisa de ideias. Ao ingressar na graduação em Matemática, o estudante enfrenta um aumento significativo do rigor lógico, da abstração e do formalismo simbólico, o que frequentemente constitui um desafio cognitivo relevante.

A Teoria dos Registros e de Representação Semiótica sugere que a compreensão matemática exige a coordenação de diferentes formas de representação, especialmente a linguagem formal. No ensino Superior, essa validação do conhecimento passa a depender de argumentos lógicos ou generalizações, em vez de apenas exemplos ou procedimentos. A transição para esse novo modo de pensar pode ser um obstáculo epistemológico, pois a intuição e os métodos operacionais, úteis no ensino básico, já não são suficientes para as exigências de formalização e dedução rigorosa. Obstáculo epistemológico é um modo de pensar anteriormente válido que passa a dificultar a construção de novos conhecimentos (BACHELARD, 1996).

Nesse contexto, a linguagem simbólica é essencial para construção do pensamento matemático. Dessa forma, pela sua abstração em linguagem discursiva, os símbolos representam raciocínios mais visíveis, dando sentido ao contexto da representação semiótica. Outrossim, de acordo com o tema apresentado neste trabalho sobre a linguagem simbólica e a representação semiótica na construção do pensamento matemático, a justificativa se deu pela forma de como essa relação tem fundamento dentro da Matemática e suas utilizações no dia a dia acadêmico.

Todavia, a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior é repleta de novas oportunidades, responsabilidades e desafios. Muitos alunos ingressam na universidade com discrepância nos estudos, em especial, aqueles que vieram de escolas públicas, onde o ensino é limitado.

Dessa forma, a evasão no ensino superior, especialmente, no curso de matemática torna uma problemática recorrente. Segundo o Resumo Técnico do Censo da Educação Superior (Brasil, 2023), aproximadamente 58% dos estudantes abandonam o curso de ciências exatas e engenharia devido as dificuldades da linguagem simbólica na matemática.

Nesta perspectiva, o presente trabalho tem como objetivo geral: Analisar a importância da linguagem simbólica e dos sistemas de representação semiótica na formação do pensamento matemático ao longo da graduação. Além disso, temos como objetivos específicos: Discutir os fundamentos teóricos da linguagem matemática e da semiótica; apresentar a Teoria dos Registros e de Representação Semiótica; Analisar a presença desses elementos nas principais áreas da graduação em Matemática; refletir sobre implicações pedagógicos no ensino superior.

A partir dessas informações, surgiu a pergunta de pesquisa: *Como a linguagem simbólica e os sistemas de representação semiótica contribuem para a construção do pensamento matemático ao longo da graduação em Matemática?*

Portanto, compreender o papel da linguagem simbólica e dos sistemas de representação semiótica na construção do pensamento matemático torna-se fundamental. Muitas dificuldades enfrentadas pelos estudantes não estão apenas associadas à complexidade dos conteúdos, mas à interpretação e à conversão entre diferentes registros de representação matemática.

2. METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza teórica, de abordagem qualitativa, fundamentada em revisão bibliográfica e análise conceitual. Não se pretende realizar uma investigação empírica com aplicação de instrumentos de coleta de dados, mas sim desenvolver uma análise crítica e reflexiva sobre o papel da linguagem simbólica na formação matemática universitária, com base em contribuições consolidadas da Educação Matemática.

2.1. Revisão bibliográfica

A revisão bibliográfica foi realizada sistematicamente com o intuito de selecionar, identificar e analisar pesquisas acadêmicas pertinentes. O foco da análise recaiu sobre os sistemas de representação semiótica, a linguagem matemática e os processos de significação no contexto de aprendizagem e ensino da matemática no Ensino superior.

O levantamento bibliográfico foi realizado a partir de livros, artigos e dissertações nas seguintes bases de dados do Google Acadêmico, que abordam a linguagem matemática, os sistemas de representação e os processos de significação da matemática (FLORES, 2006).

Os descritores que foram selecionados por meio de operadores booleanos, incluindo outros como Teoria dos Registros de Representação Semiótico, Linguagem Simbólica, Representações Semióticas, Educação Matemática, Ensino Superior e Pensamento Matemático. Esses termos foram inseridos de diferentes formas, como, por exemplo, “Linguagem Simbólica” and “Ensino Superior” and “Teoria dos Registros de Representação Semiótica” de modo a refinar os resultados e garantir a pertinência das produções.

Como critérios de exclusão, destacaram-se estudos com abordagem apenas tangencial ao tema, produções duplicadas entre bases e trabalhos cujo foco não dialogasse diretamente com a problemática de pesquisa. Os critérios de inclusão foram textos que tratassem explicitamente da linguagem matemática e/ou das representações semióticas, voltados ao ensino e a aprendizagem matemática, especialmente no ensino superior, e com reconhecida relevância teórica na educação matemática.

O`Halloran (2004) e Raymond Duval (2009) foram os referenciais centrais adotados, pois oferecem bases teóricas solidas sobre coordenação entre registros de representação, signo e multimodalidade, conceitos relacionados diretamente à questão de pesquisa.

2.2. Procedimentos de análise

A análise dos textos selecionados foi realizada a partir de uma abordagem qualitativa, orientada pelos princípios da análise textual discursiva e da análise de conteúdo, possibilitando a interpretação e a identificação de categorias teóricas relevantes ao estudo.

Com base no referencial teórico adotado, as categorias analíticas foram definidas comtemplando os conceitos de conversão, tratamento, signo, multimodalidade e coordenação de registros. Esses elementos foram analisados em discussões exemplos relacionados a conteúdo de Cálculo, Álgebra, e Análise Matemática, abordados nos capítulos seguintes.

O procedimento da análise envolveu leitura sucessivas de corpus, interpretação a luz da teoria dos registros de representação semiótica e seleção de trechos significativos, permitindo uma reflexão crítica sobre a influência da linguagem simbólica e das representações semióticas na aprendizagem matemática no ensino superior.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Linguagem Simbólica na Matemática

A linguagem simbólica constitui-se como um sistema formal de signos que permite representar objetos abstratos, relações e operações de maneira rigorosa e universal. Símbolos como números (0, 1, 2, …), variáveis (x, y, z), constantes matemáticas (π, lido como "pi", e e, lido como "número de Euler"), operadores ($+$ "mais", $-$"menos", $\cdot$"vezes", /"dividido por"), relações ($=$ "igual", $\neq$"diferente", $<$"menor que", $>$"maior que", $\leq$"menor ou igual", $\geq$"maior ou igual") e conectivos lógicos ($\neg$ "não", $\wedge$"e", $\vee$"ou", $\rightarrow$"implica", $\leftrightarrow$"se, e somente se") formam a base dessa linguagem.

Na Graduação em Matemática, o estudante passa a lidar intensamente com quantificadores lógicos, como o quantificador universal $\forall$, lido como "para todo", e o quantificador existencial $\exists$, lido como "existe", fundamentais em definições e demonstrações formais. Por exemplo, a definição de função injetiva é expressa simbolicamente por:

$$\forall x_1, x_2 \in A,\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Essa expressão pode ser lida da seguinte forma: *para todos os elementos* x_1*e* x_2*pertencentes ao conjunto* A, *se* $f(x_1)$*é igual a* $f(x_2)$, *então* x_1*é igual a* x_2. Os subíndices 1 e 2 indicam elementos distintos de um mesmo conjunto.

Outros símbolos recorrentes incluem a notação funcional $f\colon A \rightarrow B$, lida como "f é uma função de A em B", o domínio $Dom(f)$, lido como "domínio de f", o conjunto imagem $Im(f)$, lido como "imagem de f", bem como os símbolos de pertencimento $\in$ ("pertence") e $\notin$ ("não pertence"), e de inclusão $\subset$ ("está contido") e $\subseteq$ ("está contido ou é igual").

No estudo de sequências, utiliza-se a notação $(a_n)_{n \in N}$, lida como "a sequência a_n, com n pertencente aos números naturais". Cada termo a_n é lido como "a sub n", indicando o n-ésimo termo da sequência. A convergência é expressa por:

$$lim_{\ n \rightarrow \infty}\ a_n = L,$$

lida como "o limite de a_n, quando n tende ao infinito, é igual a L".

3.2. Registros de representação semiótica, Tratamento e Conversão na matemática

A atividade matemática na perspectiva de Raymond Duval, baseia-se na manipulação e coordenação de múltiplos registros de representação semiótica (simbólico, gráfico, numérico, discursivo), cada qual com regras próprias e capaz de representar o mesmo objeto sob ângulos distintos. Duval diferencia dois tipos de transformações cognitivas: tratamentos são transformações internas a um único registro (ex: simplificar uma equação) e conversões a passagem de um registro para outro (ex: transformar uma equação em um gráfico).

A verdadeira compreensão conceitual exige articulação eficiente entre conversões e tratamentos, um processo que não e automático. A discrepância de estudantes, inclusive no Ensino Superior, frequentemente decorre da "não – congruência semiótica" entre registros, a falta de correspondências imediata entre as representações, o que demonstra que o domínio técnico dos símbolos não implica sempre na compreensão do conceito subjacente.

3.3. A Opacidade da Linguagem Simbólica na Graduação

A linguagem simbólica no ensino superior é muitas vezes vista como transparência. No entanto, veridicamente ela é opaca no sentido de que o significado matemático não é imediatamente acessível por meio dos símbolos, e não garante o acesso as definições matemáticas, como aponta Duval. Para que haja compreensão, é essencial a mediação discursiva, que inclui explicações em língua natural, exemplos concretos e a coordenação entre diferentes registros de representação (como tabelas, equações e gráficos).

Quando essa mediação é deixada de lado, os alunos frequentemente recorrem a manipulação mecânica, isto é, à aplicação de regras e procedimentos formais sem a construção do significado conceitual subjacente, dos símbolos entendida como o conjunto de explicações em língua natural, exemplos contextualizados, analogias e intervenções pedagógica, sem construção do sentido conceitual subjacente. Entretanto, as discrepâncias enfrentadas na transição para o formalismo universitário resultam tanto da opacidade intrínseca da notação matemática quanto a ausência de um trabalho pedagógico sistemático de conversão entre registros. Isso reforça a necessidade de práticas de ensino que priorizem a aprendizagem matemática verdadeiramente significativa.

3.4. Semiótica e Educação Matemática

A semiótica é a área que estuda os signos e os processos de significação. Na Educação Matemática, investiga-se como os signos matemáticos são produzidos e interpretados no processo de aprendizagem. Duval (2009) destaca que o acesso aos objetos matemáticos ocorre exclusivamente por meio de representações semióticas, o que torna sua análise central para a compreensão conceitual.

A atividade matemática envolve a coordenação entre registros distintos. Por exemplo, a desigualdade $|x - a| < \varepsilon$ é lida como “o módulo de x_n menos a é menor que épsilon” pode ser interpretada geometricamente como a proximidade de x em relação a a, ou simbolicamente como uma condição algébrica. A semiótica permite analisar como essas interpretações se articulam no processo cognitivo.

O`Halloran (2004), na perspectiva semiótica, compreende o signo como uma unidade de definições que emerge da articulação entre diferentes modos semióticos, como a linguagem verbal, os símbolos matemáticos e as representações visuais. O significado, segundo o autor, é construído de formal multimodal, a partir da integração entre gráficos, símbolos, diagramas e linguagem discursiva. Esses modos atuam de forma articular, influenciando diretamente a compreensão conceitual.

A multimodalidade é fundamental para o rigor matemático, conforme argumenta O`Halloran (2004). O significado não reside apenas nas fórmulas complexas, mas na capacidade do aluno de articular diferentes modos semióticos, como símbolos, linguagem verbal, diagramas e gráficos. O ensino superior prioriza exclusivamente os símbolos técnicos ignora que a verdadeira compreensão e o rigor matemático dependem da integração entre elementos visuais e verbais, garantindo a precisão conceitual além da mera formalidade técnica.

Essa compreensão dialoga com teoria dos registros de Duval (2009), ao reafirmar que o acesso aos objetos da matemática ocorre por meio de representações. Enquanto Duval destaca a coordenação e conversão de registros, O´Halloran evidencia sua integração no discurso matemático.

3.5. Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Segundo Duval (2009), a compreensão matemática ocorre quando o sujeito é capaz de mobilizar pelo menos dois registros de representação distintos e realizar conversão entre eles. O autor distingue tratamentos, realizados dentro de um mesmo registro, e conversões, que envolvem a passagem de um registro para outro, sendo estas últimas cognitivamente mais complexas.

Duval identifica diferentes registros de representação semiótica, entre quais destacam-se: o registro simbólico - algébrico, o gráfico, o numérico, o geométrico e o discursivo. O registro simbólico - algébrico caracteriza-se pelo uso de símbolos formais, como letras, operadores, relações e quantificadores lógicos, sendo predominante na Matemática universitária, especialmente em definições e demonstrações. O registro gráfico envolve representações visuais, como gráficos e diagramas, possibilitando a visualização de propriedades globais de funções e relações. O registro numérico baseia-se em tabelas, sequências e valores aproximados, auxiliando na análise de comportamentos matemáticos. O registro geométrico utiliza representações espaciais para apoiar a construção de intuições, sobretudo em Geometria e Topologia.

O registro discursivo refere-se à linguagem natural utilizada para explicar, justificar e interpretar conceitos matemáticos. Embora essencial para a atribuição de significado às expressões simbólicas, esse registro é frequentemente subvalorizado na graduação em Matemática, em que predomina a formalização simbólica.

Por exemplo, uma função quadrática pode ser representada por f(x) = $x^2 - 4x + 3$, graficamente por uma parábola, numericamente por uma tabela de valores e discursivamente por uma descrição em linguagem natural.

O autor distingue dois tipos de transformações cognitivas fundamentais: os tratamentos, que ocorrem dentro de um mesmo registro (por exemplo, resolver a equação $x^2 - 4x + 3 = 0$) e as conversões, que envolvem a passagem de um registro para outro (por exemplo, obter o gráfico da função a partir de sua expressão algébrica). Segundo Duval, as conversões, que envolvem a passagem de um registro para outro (por exemplo, obter o gráfico da função a partir de sua expressão algébrica) são cognitivamente mais complexas e essenciais para a compreensão conceitual profunda.

3.6. A centralidade da conversão entre registros na teoria de Duval

O rigor matemático vai além da simples execução de algoritmos e cálculos: o rigor abrange a habilidade de explicar e interpretar procedimentos utilizando diferentes formas de representação. Um cálculo que não pode ser traduzido em linguagem verbal ou visual permanece opaco, dificultando a verdadeira compreensão do conceito.

A mudança (conversão), segundo a perspectiva de Duval, entre esses diferentes registros e o maior desafio na aprendizagem da matemática. Isso acontece porque exige que o estudante reconheça o mesmo objeto matemático em sistema de signos muito diferentes, sem uma semelhança visual óbvia. Um exemplo clássico é a relação entre a ideia intuitiva de limite, sua definição formal com épsilon-delta (ϵ–δ) e seu gráfico correspondente. Justamente por não haver uma ligação visual direta, essa conversão é intelectualmente desafiadora, mas fundamental para construir o significado do conceito.

Essa abordagem oferece uma crítica às avaliações nos cursos de graduação na área de exatas, que muitas vezes valorizam os procedimentos algébricos (tratamentos), em vez de conversões entre registros. Essa valorização unilateral explica por que muitos alunos conseguem calcular corretamente, mas falham em explicar o significado matemático dos conceitos envolvidos, mostrando ima dissociação comum entre habilidade técnica e compreensão conceitual.

Segundo Duval (2009), a compreensão matemática não pode ser reduzida à manipulação de símbolos dentro de um único sistema de representação. Para o autor, a atividade matemática caracteriza-se fundamentalmente pela necessidade de converter representações, isto é, reconhecer um mesmo objeto matemático em registros distintos. Essa conversão constitui o principal desafio cognitivo da aprendizagem matemática, sobretudo no ensino superior, onde o registro simbólico assume papel predominante.

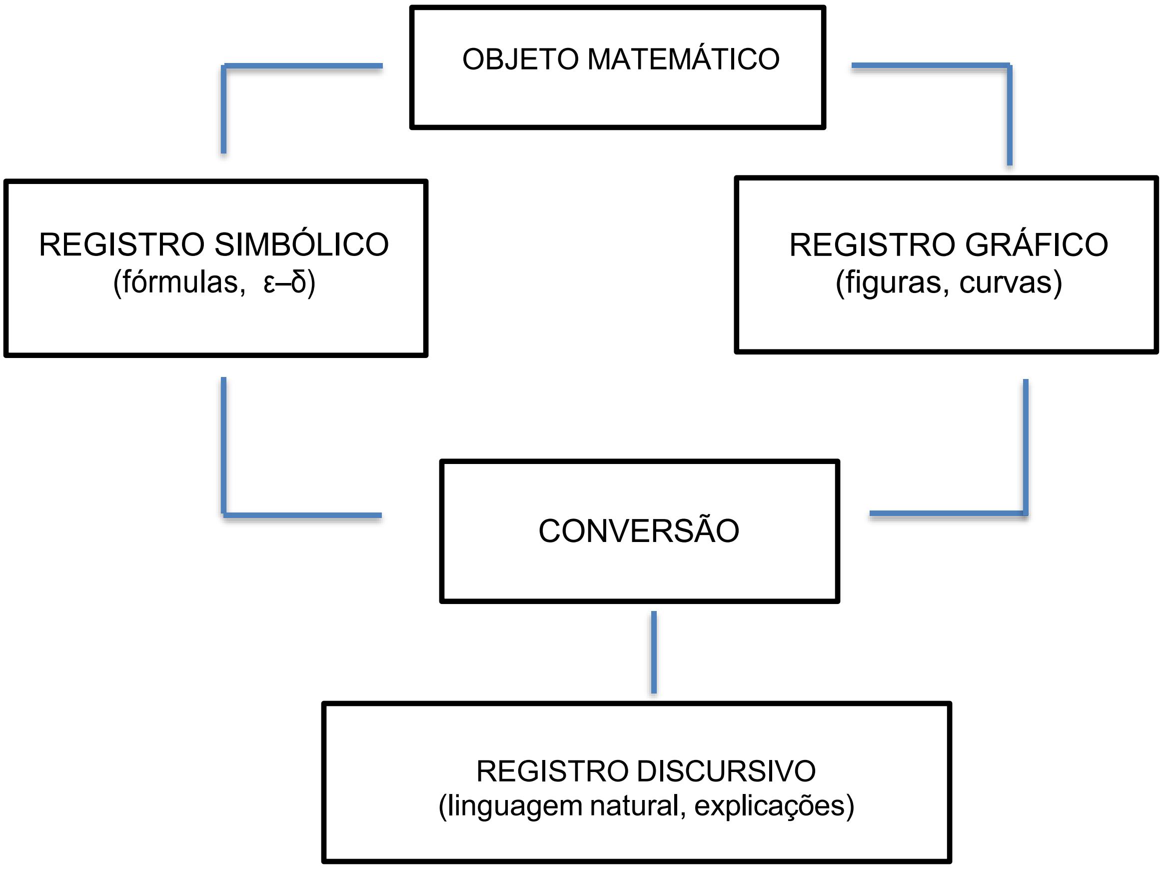
Do ponto de vista de Duval, o fracasso na aprendizagem matemática ocorre, frequentemente, quando o estudante limita sua atividade cognitiva a tratamentos internos a um único registro, como a execução de cálculos algébricos, sem realizar as conversões necessárias para a atribuição de significado. Uma aprendizagem excessivamente focada na técnica pode ser precisa na execução, mas deficiente na compreensão. Isso ocorre, segundo Ausubel (2003), porque o novo conteúdo não se conecta de maneira aprofundada e relevante ao que o aluno já sabe, resultando em uma assimilação superficial. A ênfase desproporcional em cálculos, sem auxílio das representações visuais e conceituais, transforma o conhecimento em uma repetição mecânica de exercícios, ao invés de uma construção sólida.

Nesse contexto, a congruência semiótica acontece quando a conversão entre registros diferentes de representação (como da forma de uma equação para outra, ou de uma equação para um gráfico) é direta e mantem correspondências estruturais claras. Tratamento vs conversão: a manipulação interna de uma equação (ex: de x + y = 2 para y = - x + 2) é um tratamento algébrico ou numa conversão altamente congruente, pois a estrutura subjacente é facilmente correspondida. A conversão da definição formal de continuidade (ϵ e δ) para sua representação gráfica é um exemplo de conversão não congruente. Não há correspondência imediata e direta entre os elementos simbólicos da definição e os aspectos visuais do gráfico. As maiores dificuldades de aprendizagem surgem onde os pontos da congruência semiótica falha (nas conversões não congruentes). É nesse processo de superação da falta de correspondência direta que a aprendizagem conceitual efetivamente ocorre.

Assume-se, neste trabalho, a posição de que a dificuldade enfrentada por muitos estudantes não decorre da complexidade intrínseca dos conceitos, mas da ausência de práticas pedagógicas que favoreçam explicitamente a conversão entre registros. Ao não reconhecer essa necessidade, o ensino tende a reforçar uma aprendizagem mecanizada, centrada na reprodução de procedimentos formais, em detrimento da compreensão conceitual.

Essa perspectiva reforça a relevância da teoria de Duval como instrumento analítico para compreender as dificuldades cognitivas observadas ao longo da graduação e para repensar práticas de ensino no nível superior.

Por fim, adotando o enfoque semiótico deste trabalho, é essencial explicitar graficamente a relação entre objeto matemático, os processos cognitivos envolvidos e representações. O diagrama a seguir sintetiza essa articulação:



Tratamento: operações dentro de um mesmo registro
Conversão: passagem entre registros distintos

3.7. O papel do registro discursivo na compreensão matemática

Embora o registro simbólico ocupe posição central na Matemática universitária, Duval (2009) destaca que o registro discursivo desempenha papel essencial na construção do significado matemático. É por meio da linguagem natural que o estudante interpreta definições formais, explica procedimentos, justifica resultados e estabelece relações entre conceitos. No entanto, observa-se que, na graduação em Matemática, o registro discursivo é frequentemente subvalorizado.

A concepção de explicitar em palavras é um sinal de falta de rigor sustenta o chamado “mito do simbolismo”. Entretanto, tal ideia é equivocada, especificamente à luz das teorias de Duval. Os objetos matemáticos se tornam acessíveis por meio de registros de representação, e o conceito não reside no símbolo isolado. Sem o registro discursivo (ou seja, a explicação em palavras), que é responsável por explicar definições e justificar procedimentos, a escrita simbólica torna-se um desenho formal de vazio de significado. Mito do simbolismo, nesta pesquisa, uma crença equivocada de que o rigor matemático reside exclusivamente na manipulação de símbolos.

Definições são apresentadas de forma simbólica, e espera-se que o estudante compreenda imediatamente seu significado, sem que haja mediação discursiva adequada. Tal prática contribui para a formação de um pensamento matemático fragmentado, no qual o símbolo é manipulado sem compreensão de sua função conceitual. Defende-se, neste trabalho, que a capacidade de traduzir expressões simbólicas em linguagem natural constitui um indicador fundamental de compreensão matemática. Quando o estudante não consegue explicar verbalmente uma definição ou um teorema, mesmo sendo capaz de reproduzir sua forma simbólica, evidencia-se uma dificuldade de natureza semiótica, e não meramente operacional. Assim, a valorização do registro discursivo não representa um enfraquecimento do rigor matemático, mas, ao contrário, uma condição necessária para sua construção. Essa posição dialoga diretamente com Duval ao reconhecer que a coordenação entre registros é indispensável para a aprendizagem significativa.

3.8. Limites e contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica oferece um referencial teórico consistente para a análise dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática. Sua principal contribuição reside na explicitação do papel central das representações e das conversões entre registros na construção do conhecimento matemático.

Entretanto, é importante reconhecer que essa teoria não esgota a complexidade do fenômeno educativo. Aspectos institucionais, afetivos e epistemológicos também influenciam o processo de aprendizagem e não são diretamente contemplados pela abordagem semiótica. Ainda assim, ao focalizar a linguagem matemática e suas representações, a teoria de Duval fornece um instrumental analítico potente para compreender dificuldades recorrentes observadas na graduação em Matemática.

Neste trabalho, adota-se a teoria de Duval como eixo interpretativo principal, sem a pretensão de tomá-la como explicação única. Essa escolha justifica-se pela centralidade da linguagem simbólica e dos sistemas de representação no ensino superior de Matemática e pela pertinência dessa abordagem para a formação inicial de professores.

Elemento da TRRS	**Descrição conceitual (Duval)**	**Desafios recorrentes na graduação em matemática**
Registros de representação	Sistema semióticos distintos que permitem representar um mesmo objeto matemático (simbólico, discursivo, gráfico, tabelar, figural etc.)	Predominância quase exclusiva do registro simbólico, com pouca exploração de registros discursivos e visuais
Tratamento	Transformações realizadas dentro de um mesmo registro, preservando o sistema de representação (ex: manipulações algébricas)	Ênfase excessiva em cálculos formais sem compreensão conceitual do objeto matemático envolvido
Conversão	Passagem de um registro para outro, mantendo o objeto matemático (ex: de expressão algébrica para gráfico)	Dificuldade dos estudantes em articular diferentes representações e reconhecer que elas se referem ao mesmo objeto
Coordenação de registros	Capacidade de articular e mobilizar simultaneamente dois ou mais registros na resolução de um problema	Fragilidade na interpretação de definições, teoremas e demonstrações que exigem linguagem simbólica e discursiva integrada
Não transparência dos registros	Os registros não são neutros nem autoexplicativos, cada um impõe restrições cognitivas próprias.	Crença de que o domínio do simbolismo garante automaticamente compreensão matemática (mito do simbolismo)
Função cognitiva das representações	As representações não apenas comunicam, mas estruturam o pensamento matemático	Dificuldade em atribuir significado aos símbolos e em explicar procedimentos matemáticos em língua natural

4. A LINGUAGEM MATEMÁTICA AO LONGO DA GRADUAÇÃO

4.1. Disciplinas Iniciais

Em disciplinas iniciais, como Cálculo Diferencial e Integral e Geometria Analítica, a compreensão conceitual exige a articulação entre diferentes registros de representação, tais como o algébrico, o gráfico e o geométrico. A dificuldade na conversão entre esses registros compromete a aprendizagem significativa e constitui um dos principais obstáculos enfrentados pelos estudantes no início da graduação.

A representação de partida é conceituada como o registro semiótico inicial no qual um conceito matemático é apresentado a um estudante. Este registro pode assumir diversas formas, como simbólica (através de expressões algébricas ou notações formais), gráfica, geométrica, tabular ou discursiva. Por outro lado, a representação de chegada refere-se ao registro final para o qual essa informação deve ser convertida, permitindo, assim, uma compreensão efetiva do significado matemático do objeto em estudo.

A derivada de uma função é representada por $f^{'}(x)$ ou por $\frac{df}{dx}$, lidas, respectivamente, como “derivada de f em x” e “derivada de f em relação a x”. Do ponto de vista geométrico, a derivada pode ser interpretada como a inclinação da reta tangente ao gráfico da função em um ponto específico.

De certa forma, ocorre que muitos alunos se mantem restritos ao registro simbólico, executando apenas tratamentos algorítmicos – isto é, aplicando regras de derivação de forma mecânica - sem conseguir converter esse resultado para uma interpretação geométrica ou conceitual. Portanto, a falha não está no símbolo em si, mas na falta de coordenação entre os registros, o que limita que o significado matemático da derivada seja efetivamente construído.
Já a integral definida é representada por:

$$\int f(x)\ dx,$$

lida como “a integral de $f(x)$de a até b em relação a x”, podendo ser associada geometricamente à área sob o gráfico da função no intervalo $[b]$.Esses exemplos evidenciam que a compreensão conceitual não depende apenas da manipulação simbólica, mas da capacidade de realizar conversões entre os registros simbólico, gráfico e discursivo. A dificuldade em articular essas representações é uma das principais causas de insucesso acadêmico nas disciplinas iniciais da graduação.

No Cálculo Diferencial, o autor critica o ensino focado exclusivamente nas regras operatórias (como a regra de potência), o que resulta em uma aprendizagem superficial e algorítmica. Para um rigor matemático de alto impacto, o aluno deve ser capaz de reconhecer a equivalência entre a definição formal de limite (o registro simbólico) e a inclinação da reta tangente ao gráfico da função (o registro visual/geométrico).

Numa perspectiva semiótica rigorosa, domina a matemática significa entender as unidades semióticas, como elas se conectam e por que falham na transmissão do conhecimento. A ausência dessa conversão entre registros impede a compreensão conceitual plena.

4.2. Álgebra e Estruturas Abstratas

Na Álgebra Abstrata, a linguagem simbólica atinge um elevado nível de formalização. Os conceitos são definidos de maneira axiomatizada, como no caso de um grupo, representado por $(G,\cdot)$, em que G é um conjunto não vazio e $\cdot$ é uma operação binária.

Os axiomas de grupo são expressos simbolicamente da seguinte forma:

- **Associatividade**:

$$\forall a_1, a_2, a_3 \in G,\ (a_1 \cdot a_2) \cdot a_3 = a_1 \cdot (a_2 \cdot a_3),$$

lida como: “para todos a_1, a_2e a_3 pertencentes a G, o produto de a_1 com a_2, seguido de a_3, é igual ao produto de a_1 com o produto de a_2 e a_3”.

- **Elemento neutro**:

$$\exists e \in G,\ \forall a \in G,\ a \cdot e = e \cdot a = a,$$

lida como: “existe um elemento e em Gt al que, para todo a em G, a operado com e é igual a a”.

- **Elemento inverso**:

$$\forall a \in G,\ \exists a^{-1} \in G\ tal\ que\ a \cdot a^{-1} = e,$$

lida como: “para todo a em G, existe um inverso a^{-1} em G tal que o produto de a com seu inverso é o elemento neutro”.

Esses símbolos expressam propriedades abstratas que, em geral, não possuem representação visual imediata. A compreensão do estudante depende da leitura correta das definições formais e da capacidade de atribuir significado conceitual às expressões simbólicas. A dificuldade recorrente nessa área está na transição entre a linguagem natural da definição e sua formalização simbólica, tornando essencial a coordenação entre os registros discursivo e simbólico.

Com o avanço na Álgebra e Análise, a linguagem simbólica atinge uma alta densidade semiótica. Um único símbolo passa a representar uma complexa rede de axiomas e propriedades. Denotar um espaço vetorial por V não se refere apenas a um conjunto, mas a uma estrutura que satisfaz simultaneamente diversas condições, como fechamento e a existência de elementos neutros e inversos. Duval argumenta que essa condensação cria um registro cognitivamente pesado, pois o significado não é imediatamente visível. A ausência de uma conversão semiótica previa – a compreensão que o símbolo representa de forma estruturada – leva os alunos a realizarem tratamentos internos puramente mecânicos, comprometendo a compreensão conceitual e sublinhando a importância da mediação discursiva para clarificar as abstrações.

4.3. Análise Matemática

Na Análise Matemática, o rigor lógico e o formalismo simbólico são intensificados. Conceitos fundamentais, como limite, continuidade e convergência, são definidos por meio de expressões simbólicas precisas. Um exemplo clássico é a definição de limite de uma sequência:

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists N \in N\ tal\ que\ n \geq N \Rightarrow \mid a_n - L \mid < \varepsilon.$$

Essa expressão é lida como: *para todo épsilon maior que zero, existe um número natural N tal que, para todo n maior ou igual a N, o módulo de a_n menos L é menor que épsilon*.

Nessa definição, o símbolo ∀ indica generalidade, enquanto ∃ expressa existência. O subíndice $n$em $a_n$indica o n-ésimo termo da sequência, destacando o papel fundamental dos subíndices na descrição do comportamento sequencial. De modo semelhante, sequências são representadas por $(a_n)_{n \in N}$, lida como “a sequência a_n, com $n$pertencente aos números naturais”, e sua convergência é expressa por

$$lim_{n \to \infty} a_n = L,$$

lida como "o limite de a_n, quando n tende ao infinito, é igual a L". A interpretação adequada desses símbolos exige a coordenação entre o registro simbólico e o registro discursivo, evitando uma aprendizagem meramente mecânica.

Na ideia da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, a compreensão do conceito de limite exige o domínio da sintaxe semiótica do registro simbólico, ou seja, das regras que organizam a articulação entre vaiáveis, desigualdades e quantificadores. Nessa definição, o significado matemático não decorre do reconhecimento isolado dos símbolos ∀ e ∃, e sim da ordem sintática em que aparecem e das relações de dependência que estabelecem, como no encadeamento, $\exists\ N \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \geq N$ no qual o valor de *N* depende do ε. A inversão de ordem dos quantificadores gera uma visão incorreta, deixando visível os erros dos estudantes são de natureza sintática, decorrentes da dificuldade de operar os signos, e não da ausência de compreensão intuitiva do conceito de limite.

4.4. Geometria e Topologia

Na Geometria e, sobretudo, na Topologia, a linguagem simbólica e os sistemas de representação semiótica assumem papel central na construção do pensamento matemático abstrato. Trabalha-se frequentemente com espaços abstratos representados simbolicamente por (d), em que X é um conjunto não vazio e $d: X \times X \to R$ é uma métrica.

A função $d$satisfaz, para todos $x, y, z \in X$, as propriedades:

- $d(x, y) \geq 0$(a distância é não negativa);
- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$(a distância é zero se, e somente se, os pontos coincidem);
- $d(x, y) = d(y, x)$(simetria);
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$(desigualdade triangular).

A partir dessa estrutura, define-se a bola aberta de centro e raio > 0 por:

$$B(x, \varepsilon) = \{y \in X \mid d(x, y) < \varepsilon\},$$

lida como "o conjunto dos pontos y pertencentes a X cuja distância até x é menor que épsilon”.

Com base nessa definição, um conjunto $A \subset X$ é dito aberto se, para todo $x \in A$, existe $\varepsilon > 0$ tal que $B(x, \varepsilon) \subset A$. Outros conceitos fundamentais incluem o interior de um conjunto, indicado por $int(A)$, a fronteira, denotada por ∂A, e o fecho, representado por A^{-}. Esses símbolos permitem expressar propriedades topológicas de forma precisa e geral, mas exigem elevada capacidade de abstração e coordenação entre registros simbólicos, geométricos e discursivos. A visualização auxilia na compreensão, mas não substitui o rigor formal característico dessas áreas da Matemática.

4.5 A linguagem simbólica nas demonstrações matemáticas

As demonstrações matemáticas constituem um dos elementos centrais da Matemática universitária, representando o ápice do rigor lógico e da formalização simbólica. Ao longo da graduação, o estudante é progressivamente introduzido a provas formais, especialmente em disciplinas como Análise Real, Álgebra Abstrata, Álgebra Linear e Topologia. Entretanto, a dificuldade em compreender demonstrações não se restringe ao domínio dos conteúdos envolvidos, estando fortemente relacionada à interpretação da linguagem simbólica utilizada.

Sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (2009), a compreensão de uma demonstração exige a coordenação entre o registro simbólico e o registro discursivo. Conectivos lógicos como “se… então…”, “se, e somente se”, quantificadores universais e existenciais, bem como notações formais, estruturam o encadeamento lógico da prova. Quando o estudante não compreende o papel desses elementos, tende a acompanhar a demonstração apenas de forma superficial, sem apreender sua estrutura argumentativa.

Observa-se, frequentemente, que estudantes conseguem reproduzir demonstrações apresentadas em sala ou em livros, mas encontram dificuldades para explicar o raciocínio envolvido ou adaptar a prova a situações semelhantes. Esse fenômeno indica uma aprendizagem baseada na forma simbólica, e não na compreensão do significado lógico das relações expressas. Do ponto de vista semiótico, trata-se de uma dificuldade de leitura e interpretação do registro simbólico-discursivo das demonstrações.

Assume-se, neste trabalho, que compreender uma demonstração matemática não significa apenas verificar a correção de cada passo algébrico, mas reconhecer a função lógica de cada afirmação no encadeamento argumentativo. Nesse sentido, a leitura de provas deve ser compreendida como uma atividade cognitiva complexa, que exige a articulação entre símbolos, linguagem natural e estrutura lógica, conforme enfatizado por Duval.

5. DIFICULDADES SEMIÓTICAS RECORRENTES NA GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

A transição do ensino médio para a graduação em Matemática marca um aprofundamento significativo do rigor lógico, da formalização e da abstração conceitual. Nesse processo, uma das principais fontes de dificuldade enfrentadas pelos estudantes não reside apenas na complexidade dos conteúdos, mas na forma como a linguagem simbólica é mobilizada e interpretada. Sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tais dificuldades podem ser compreendidas como obstáculos de natureza semiótica.

Um dos problemas mais recorrentes refere-se à leitura e interpretação de quantificadores lógicos. Expressões envolvendo os símbolos $\forall$ e $\exists$, fundamentais em definições e demonstrações, frequentemente são tratadas de forma mecânica, sem que o estudante compreenda seu papel lógico. Por exemplo, na definição formal de limite ou continuidade, muitos estudantes são capazes de reproduzir a escrita simbólica, mas não conseguem explicar, em linguagem natural, o significado da alternância entre os quantificadores universal e existencial.

Outra dificuldade amplamente observada diz respeito à confusão entre o objeto matemático e sua representação simbólica. Símbolos como $\boldsymbol{f(x)}$, $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ ou $\boldsymbol{\delta}$ são frequentemente interpretados como entidades concretas, e não como representações de conceitos abstratos. Essa confusão compromete a compreensão de definições formais e impede a realização adequada de conversões entre registros, conforme descrito por Duval (2009).

Além disso, destaca-se a predominância de tratamentos algébricos dissociados da compreensão conceitual. Em disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, é comum que estudantes consigam realizar cálculos formais de derivadas e integrais sem compreender seus significados geométricos ou físicos. Essa prática reforça uma aprendizagem instrumental, em detrimento de uma aprendizagem conceitual, limitando o desenvolvimento do pensamento matemático abstrato.

Sob a ótica semiótica, tais dificuldades evidenciam a ausência de coordenação efetiva entre diferentes registros de representação. A incapacidade de converter uma definição simbólica em uma interpretação geométrica ou discursiva constitui um dos principais entraves à aprendizagem significativa na graduação em Matemática.

Problematizar a forma como o formalismo e o rigor são introduzidos na graduação em Matemática, frequentemente são apresentados como etapas naturais e indispensáveis do avanço conceitual, o rigor, quando dissociado de processos de significação, pode constituir um Obstáculo Epistemológico, no sentido bachelardiano, ao invés de compreensão. O formalismo excessivo, limitado ao registro simbólico, tende a bloquear a construção da imagem de definição, conforme discutido por Tall e Vinner (1981), uma vez que o estudante não dispõe de apoio intuitivo, discursivo ou visual para atribuir significado aos símbolos manipulados.

Dessa forma, o rigor não deve ser entendido como um fim, mas como resultado da articulação entre diferen5tes registros de representação, especialmente o intuitivo e o simbólico. Quando essa coordenação não ocorre, o rigor deixa de promover compreensão e passa a atuar como obstáculo cognitivo. Assim, pode concluir que o rigor sem apoio da conversão semiótica não é pureza matemática, é esvaziamento de sentido.

5.1. Análise semiótica de definições formais na matemática superior

As definições formais ocupam papel central na Matemática de nível superior, constituindo a base lógica sobre a qual se estruturam teoremas, proposições e demonstrações. No entanto, a compreensão dessas definições exige um elevado grau de competência semiótica, uma vez que elas são expressas predominantemente no registro simbólico.

Considere-se, por exemplo, a definição de convergência de uma sequência real:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists\, N \in \mathbb{N}\ tal\ que\ n \geq N \Rightarrow |\ a_n - L\ | < \varepsilon.$$

Do ponto de vista semiótico, essa definição mobiliza múltiplos elementos simbólicos: quantificadores, desigualdades, valor absoluto, subíndices e implicação lógica. A compreensão efetiva do conceito de convergência depende da capacidade do estudante de articular esse registro simbólico com o registro discursivo, traduzindo a expressão formal em uma explicação verbal coerente, e com o registro intuitivo, associando-a à ideia de aproximação progressiva.

Entretanto, observa-se frequentemente que estudantes interpretam essa definição como uma fórmula a ser memorizada, sem compreender o papel funcional de cada símbolo. O quantificador universal é, muitas vezes, ignorado em sua generalidade, enquanto o quantificador existencial é interpretado de forma vaga, comprometendo a leitura lógica da definição.

Situação análoga ocorre na definição de conjunto aberto em um espaço métrico. A expressão simbólica que envolve a existência de uma bola aberta contida no conjunto exige não apenas leitura simbólica correta, mas também a conversão para o registro geométrico e a interpretação discursiva. A dificuldade em realizar essas conversões resulta em uma compreensão fragmentada do conceito.

Sob essa perspectiva, a análise semiótica das definições formais revela que o domínio da linguagem matemática não se restringe à manipulação simbólica, mas envolve a capacidade de coordenar registros distintos, atribuindo significado aos símbolos e compreendendo sua função lógica no discurso matemático.

Muitos alunos da graduação adotam procedimentos algorítmicos, memorizando etapas de provas, como a indução matemática, sem compreender seu significado conceitual. Segundo Duval, esse tipo de aprendizagem gera um conhecimento frágil, pois permanece restrito ao tratamento simbólico, sem conversão para uma representação mental do objeto matemático. Além disso, a passagem para áreas mais formalizadas, como Análise e Álgebra moderna, exige redução do registro figurativo e maior apoio do registro simbólico. Cabe ao professor mediar essa transição para que ocorra de modo gradual, como uma extensão da competência semiótica do estudante, e não como uma ruptura.

5.2. A formação do professor de matemática e a competência semiótica

Na formação inicial de professores de Matemática, a competência semiótica assume papel fundamental. O futuro docente não apenas precisa dominar a linguagem simbólica da Matemática, mas também compreender as dificuldades que seus alunos enfrentam na leitura, interpretação e conversão entre diferentes registros de representação.

Segundo a TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o rigor matemático não se limita ao uso correto do registro simbólico formal. Os objetos matemáticos não se confundem com suas representações e só podem ser compreendidos por meio da articulação entre diferentes registros, como o simbólico, o gráfico e o discursivo. Dessa forma, o verdadeiro rigor se manifesta na capacidade do estudante de manter a invariância do objeto matemático ao transitar entre registros, reconhecendo o mesmo conceito em diferentes formas de representação. Reduzir o rigor a manipulação descarta o papel central das conversões entre registros, que constituem o núcleo da compreensão matemática profunda.

A abordagem tradicional do ensino superior tende a pressupor que os estudantes já dominam a linguagem matemática ao ingressarem na graduação. Contudo, essa suposição ignora o caráter progressivo e formativo da competência semiótica. Muitos licenciandos concluem o curso com dificuldades persistentes na interpretação de definições formais e na articulação entre registros simbólicos, gráficos e discursivos.

Sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, torna-se imprescindível que a formação docente inclua momentos explícitos de reflexão sobre a linguagem matemática. Isso implica tratar os símbolos não apenas como ferramentas operacionais, mas como objetos de ensino e aprendizagem. A análise de erros, por exemplo, pode ser compreendida como um indicativo de dificuldades semióticas, e não apenas como falhas conceituais.

Além disso, práticas pedagógicas que favoreçam a conversão entre registros contribuem para o desenvolvimento de uma compreensão matemática mais profunda. Ao incentivar o estudante a explicar definições formais em linguagem natural, interpretar expressões simbólicas geometricamente e justificar procedimentos algébricos, o docente promove a articulação entre registros, conforme defendido por Duval.

Dessa forma, a incorporação da perspectiva semiótica na formação de professores de Matemática possibilita uma atuação docente mais consciente, crítica e reflexiva, contribuindo para a superação de dificuldades históricas no ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes níveis de escolaridade.

Um exemplo ilustrativo das dificuldades na graduação em Matemática universitária aparece na definição de Espaço Vetorial. O símbolo “+”, geralmente conhecido como o operatória soma, passa a representar uma operação abstrata, definida como axioma sobre um conjunto arbitrário, embora o símbolo permaneça o mesmo, seu significado muda conforme contexto teórico.

Quando o aluno interpreta o “+” apenas com base na soma aritmética aprendida na escola, acontece um obstáculo semiótico, pois ele associa ao signo um significado inadequado ao novo registro formal. O rigor matemático, nesse contexto, exige a compreensão de que os símbolos não carregam significados fixos, mas são conceituados pelo sistema de axiomas em que estão inseridos. Logo, aprender Espaços Vetoriais implica uma ruptura semiótica, no qual o estudante deve descartar interpretações intuitivas anteriores e operar conscientemente com signos abstratos.

6. IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS

A discussão desenvolvida neste trabalho permite afirmar que o ensino de Matemática no nível superior deve considerar explicitamente a linguagem simbólica como objeto de aprendizagem e não apenas como meio de comunicação. A compreensão de expressões como $f: A \to B$, $\forall x \in A$, $\exists\, y \in B$, bem como de conectivos lógicos ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$), é fundamental para que o estudante desenvolva autonomia intelectual e rigor argumentativo.

Sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a prática pedagógica deve favorecer tanto os tratamentos quanto as conversões entre registros. Por exemplo, ao estudar limites e continuidade, o estudante deve ser capaz de operar simbolicamente com a definição

$\forall \varepsilon > 0, \exists\, \delta > 0$ tal que $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$,

bem como interpretar geometricamente essa condição em termos de vizinhanças e intervalos, além de descrevê-la em linguagem natural. A ausência dessa articulação compromete a compreensão conceitual e reforça práticas mecânicas de aprendizagem.

Em disciplinas como Álgebra Linear e Álgebra Abstrata, o predomínio de estruturas formais, tais como espaços vetoriais $(V, +, \cdot)$, grupos $(G, \cdot)$ e anéis $(A, +, \cdot)$, exige que o docente explicite o significado dos símbolos envolvidos nos axiomas:

$\forall u, v, w \in V$, $(u + v) + w = u + (v + w)$, $\exists\, 0 \in V$ tal que $u + 0 = u$.

Essa explicitação contribui para que o estudante compreenda a Matemática como um sistema lógico-dedutivo, e não como um conjunto arbitrário de símbolos.

Na formação de professores de Matemática, a abordagem semiótica assume papel central, pois possibilita ao futuro docente identificar dificuldades dos alunos relacionadas à leitura, interpretação e conversão de registros. Assim, práticas pedagógicas fundamentadas na semiótica contribuem para um ensino mais significativo, crítico e reflexivo.

A pluralidade de registros valoriza e considera a transposição didática: o professor planejar atividades que forcem a conversão entre registros, e não apresentar diferentes representações, a conversão seria uma condição para a compreensão da matemática, segundo a TRRS. Nesse caso, o professor atua como mediador, ajudando o aluno a construir uma língua materna matemática, incentivando explicações em linguagem natural antes de exigir rigor simbólico

O uso de softwares, como o GeoGebra, amplia essa mediação e permite uma visualização de conversão concomitante entre registros, algo que o quadro não oferece a mesma eficácia por sua característica de caráter estético. Essa tecnologia favorece a dinâmica entre expressões algébricas e gráficos, fortalecendo a compreensão conceitual.

Como critério de avaliação, provas que exigem apenas algoritmos tendem a medir tratamentos mecânicos e a reforçar aprendizagem frágeis. Propor a inclusão de questões que cobram conversão entre registros, como tradução de gráficos em sentenças logicas. Portanto, a TRRS articula-se com metodologias ativas, especialmente problemas de piso alto e teto baixo, que permitem ao estudante iniciar em registros intuitivos e progredir gradualmente até o registro formal, construindo o rigor de forma significativa.

A seguir, um checklist de planejamento de aula semiótica

1. Identificação do Objeto Matemático
    - Qual é o objeto matemático central da aula (função, limite, grupo, integral, convergência etc.)?
    - Esse objeto está claramente diferenciado de seus símbolos e representações?
    - O aluno saberá dizer sobre o que está a pensar, e não apenas o que está a calcular
2. Multimodalidade de Registros
    - Quais registros de representação serão mobilizados?
    - Simbólico (fórmulas, quantificadores e expressões)
    - Discursivo (língua materna matemática)
    - Visual/ Gráfico (diagramas, gráficos, figuras)
    - Tabelar/ Numeral (valores, sequencias e exemplos numéricos)
    - Esses registros aparecem com intencionalidade didática ou como ilustração?
3. Desafio de Conversão
    - Em que momento o aluno será obrigado a converter de um registro para outro?
    - A conversão é avaliada, ou apenas o resultado final?

4. Tratamento vs. Significado

- A atividade exige apenas tratamento algorítmico (derivar, resolver, calcular)?
- Ou o aluno precisa justificar escolhas? Interpretar resultados? Identificar invariantes do objeto matemático?
- O erro possível é apenas de cálculo ou também conceitual (indicando compreensão)?

5. Mediação Docente e Linguagem

- O professor cria espaço para o aluno falar matemática, mesmo de forma informal?
- A linguagem cotidiana é usada como ponte para o formal, e não como substituta?
- O rigor simbólico é exigido após a construção de significado?

7. FORMALISMO, RIGOR E SIGNIFICADO NA MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA

A Matemática universitária caracteriza-se por um elevado grau de formalismo e rigor lógico, elementos essenciais para sua consistência interna e para a generalização de resultados. No entanto, o aumento do formalismo ao longo da graduação nem sempre é acompanhado pela construção de significado por parte dos estudantes, o que pode resultar em dificuldades persistentes de compreensão conceitual.

Segundo Duval (2009), o rigor matemático não se estabelece apenas pela precisão simbólica, mas pela capacidade de atribuir significado às representações utilizadas. Quando o ensino privilegia exclusivamente a forma simbólica, sem favorecer a coordenação entre diferentes registros, corre-se o risco de promover uma aprendizagem mecânica, na qual o estudante manipula símbolos sem compreender os objetos matemáticos que eles representam.

No contexto da graduação em Matemática, observa-se que o formalismo frequentemente precede a compreensão conceitual. Definições são apresentadas de maneira axiomatizada e altamente simbólica, e espera-se que o estudante as assimile de forma imediata. Contudo, a ausência de mediações discursivas e intuitivas pode dificultar a atribuição de significado, especialmente nos momentos iniciais do contato com conceitos abstratos.

Defende-se, neste trabalho, que o rigor matemático não deve ser compreendido como antagônico ao significado, mas como resultado de um processo progressivo de construção conceitual. A formalização simbólica adquire sentido quando o estudante é capaz de articular o registro simbólico com outros registros de representação, como o discursivo, o geométrico e o intuitivo. Essa articulação é condição necessária para o desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Dessa forma, a perspectiva semiótica permite repensar o papel do formalismo no ensino superior, destacando a necessidade de práticas pedagógicas que favoreçam a compreensão conceitual sem renunciar ao rigor lógico. Essa reflexão é particularmente relevante na formação inicial de professores de Matemática, uma vez que contribui para uma abordagem mais equilibrada entre formalização e significado.

O tópico trata o papel do professor de forma idealizada e descarta problematizar a necessidade da intencionalidade semiótica. A explicitação é planejar observar e intervir conscientemente nos registros de representação mobilizados em sala de aula. Ensinar matemática não é expor conteúdos, mas identificar em qual registro o aluno está operando e o custo cognitivo das tarefas propostas. O professor seria o ouvinte do aluno e mediar a conversão de registros, do gestual ao visual para o discursivo e para o simbólico.

A luz de Duval, o ruido semiótico é um alerta comum quando o professor fala em língua materna enquanto escreve simbolicamente, supondo uma conexão obvia que o aluno não consegue acompanhar. Em vez de atividades repetidas, optar por tarefas que forcem a conversão de registros.

Por fim, o uso do rigor simbólico como ferramenta de exclusão propõe um Rigor Democrático, no qual o acesso ao símbolo não é pressuposto, mas construído progressivamente, partindo da valorização dos registros que o aluno já possui.

8. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza teórica e qualitativa, fundamentada em revisão bibliográfica e análise conceitual. Nesse sentido, o desenvolvimento do estudo ocorre ao longo dos capítulos de fundamentação teórica e de análise da linguagem simbólica na graduação em Matemática, nos quais são apresentados, analisados e interpretados os principais conceitos relacionados à linguagem simbólica e aos sistemas de representação semiótica.

A discussão está integrada ao desenvolvimento teórico, conforme a natureza do estudo, uma vez que as análises realizadas dialogam constantemente com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, e com exemplos provenientes de diferentes áreas da Matemática, como Análise, Álgebra, Geometria e Topologia. Essa integração entre desenvolvimento e discussão permite refletir criticamente sobre o papel da linguagem simbólica na construção do pensamento matemático ao longo da graduação.

As implicações pedagógicas apresentadas em capítulo específico ampliam essa discussão, relacionando os resultados teóricos às práticas de ensino e à formação inicial de professores de Matemática, contribuindo para uma compreensão mais ampla dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática no ensino superior.

8.1. A Ruptura do Registro Visual na Análise Real

A TRRS, desenvolvida por Duval, relata que a atividade cognitiva matemática depende da habilidade de converter e trata representações semióticas distintas, tais como símbolos formais, linguagem, gráficos e outras formas de notação. Esses registros são indispensáveis para acessar objetos matemáticos abstratos, que não são percebíveis diretamente.

Duval relata que a aprendizagem genuína ocorre apenas quando o aluno é capaz de reconhecer um objeto matemático em diferentes registros e efetuar transformações entre eles, o que ele chama de conversão semiótica. A falta de conversão entre registros, especificamente entre o simbólico e o visual, constitui um dos principais obstáculos a compreensão da matemática.

Essa perspectiva explicita como muitos alunos conseguem manipular expressões algébricas relacionadas a limites e derivadas, acontece muito na disciplina de Análise Real, os estudantes não conseguem interpretar os conceitos graficamente ou conectar a expressão simbólica ao seu significado intuitivo ou geométrico. A incapacidade de transitar entre o simbólico e o gráfico revele uma ruptura semiótica, que se manifesta como dificuldade conceitual e não como erro procedimental, evidenciando assim, o insucesso semiótico.

8.2. O Conflito entre Linguagem Natural e o Formalismo Lógico

Outro aspecto que se mostra essencial do processo de aprendizagem matemática se mostra na relação entre formalismo lógico e linguagem natural, conteúdo explorado por Kay L. O'Halloran em sua análise multimodal do registro discursivo matemático. A área não é constituída apenas por símbolos, mas por um conjunto integrado de recursos semióticos, linguagem natural, imagens e notações simbólicas, que interagem para construir significado.

Segundo O'Halloran, a natureza multimodal do discurso matemático implica que os significados matemáticos são produzidos pela coordenação entre esses recursos semiológicos. A incapacidade dos estudantes de integrar, por exemplo, a linguagem natural que descreve uma situação com a linguagem simbólica que formaliza essa situação constitui um tipo de bloqueio semiótico.

Portanto, os erros recorrentes em demonstrações formais ou na tradução entre enunciados verbais e expressões simbólicas podem ser entendidos como falhas de coordenação semiótica, e não como apenas inadequações cognitivas isoladas, que deveriam se reforçar reciprocamente.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como finalidade analisar a importância da linguagem simbólica e dos sistemas de representação semiótica na construção do pensamento matemático ao longo da graduação em Matemática. Fundamentado principalmente na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, o estudo evidenciou que a compreensão matemática depende da coordenação entre diferentes formas de representação e da interpretação adequada dos símbolos matemáticos.

Ao longo da formação acadêmica, observa-se um aumento progressivo do grau de abstração e formalização, manifestado por notações como (X, d), B (x, ε), f′(x), $\int^{b} f(x)$ dx e ∀ε > 0, ∃ δ > 0. Embora esses símbolos sejam essenciais para o rigor e a generalização da Matemática, eles também representam um dos principais desafios cognitivos enfrentados pelos estudantes, especialmente quando não acompanhados de interpretações conceituais e semióticas adequadas.

As análises apresentadas neste trabalho mostram que muitos insucessos observados na graduação não derivam de deficiências intelectuais ou dificuldades com símbolos difíceis, mas de falhas na conversão entre registros e na retificação de conceitos, caracterizando insucesso de natureza semiótica.

Como desdobramento desta pesquisa teórica, sugere-se que em pesquisa futuras realizem investigações empíricas junto a estudantes da UEMASUL, aplicando as ideias que foram mostradas aqui em estudos de caso ou atividades observacionais. Tal abordagem permitiria validar as inferências aqui apresentadas, avaliar a efetividade da coordenação de registros no processo de aprendizagem e propor estratégias pedagógicas que contribuam para a consolidação de conceitos de formas mais significativa e mais integrada.

Por fim, este trabalho contribui para a compreensão do ensino da matemática como um fenômeno semiótico complexo e cognitivo, oferecendo subsídios para que futuras pesquisas e práticas pedagógicas considerem não apenas os símbolos, mas a maneira como eles são processados e internalizados pelos estudantes.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AXLER, Sheldon. **Linear Algebra Done Right**. 3. ed. New York: Springer, 2015.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BROUSSEAU, G. **Teoria dos campos conceituais**. São Paulo: Editora UNESP, 1997.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

D'AMORE, Bruno. **Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia, didática da matemática e prática de ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DUVAL, Raymond. **Compréhension et apprentissage des mathématiques**. Paris: Delagrave, 1993.

DUVAL, Raymond. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. *Annales de Didactique et de*

Sciences Cognitives, v. 5, p. 37–65, 1993.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. [S.l.]: [s.n.], 1995.

DUVAL, Raymond. **Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 2009.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. São Paulo: Contexto, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2009.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266.

FLORES, Cláudia Regina. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 19, n. 26, p. 1–22, 2006. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1853/1614. Acesso em: 10 jan. 2026.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. **Semiótica e Educação Matemática**. Florianópolis: UFSC, 2012.

FLORES, Cláudia Regina; MORETTI, Méricles Thadeu. **Registros de representação semiótica: contribuições para o ensino de matemática**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 7, n. 2, 2005.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2011.

MORETTI, Méricles Thadeu. **A teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval**. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 14, n. 2, p. 343–361, 2012.

MORETTI, Méricles Thadeu. **A teoria dos registros de representação semiótica e o ensino de matemática**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 1–26, 2007.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 3. ed. Ijuí: Unijuí, 2016.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

O'HALLORAN, Kay L. **Mathematical discourse: language, symbolism and visual images**. London: Continuum, 2004.

O'HALLORAN, Kay L. **Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images**. London: Continuum, 2005.

PONTE, J. P. **Didática da Matemática no ensino superior**. Lisboa: Instituto de Educação, 2014.

RADFORD, Luis. **Theories of Representation in Mathematics Education**. Dordrecht: Springer, 2008.

SOUSA, Ricardo Campos de; MELLO, Elisabete Marcon. **A transição do ensino médio ao ensino superior: dificuldades com a matemática**. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, v. 17, n. 7, p. e8869, 2025. DOI: 10.55905/cuadv17n7-033. Disponível em: https://ojs.cuadernoseducacion.com/ojs/index.php/ced/article/view/8869/6059. Acesso em: 9 jan. 2026.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. **Didáctica de la lengua y de la matemática: las dimensiones del sentido y la forma**. Madrid: Narcea, 2000.

SFARD, Anna. **On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin**. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 1–36, 1991. DOI: 10.1007/BF00302715.

TALL, David. **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

TALL, David. **The psychology of advanced mathematical thinking**. In: TALL, D. (org.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 3–21.

TALL, David; VINNER, Shlomo. **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 12, n. 2, p. 151–169, 1981.

TOULLEC, D. **L’enseignement des mathématiques et les obstacles épistémologiques**. *Revue de Didactique des Mathématiques*, Paris, 1992.