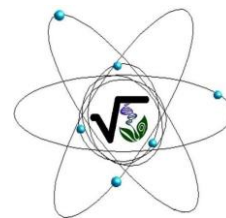


UNIVERSIDADE ESTADUAL DA REGIÃO TOCANTINA DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS, NATURAIS E LETRAS
CURSO DE CIÊNCIAS NATURAIS (MATEMÁTICA/FÍSICA) - LICENCIATURA

LEANDRO AGUIAR DE GOUVEIA

**TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS E FUNÇÕES POLINOMIAIS:
TRANSFORMANDO O ENSINO DE MATEMÁTICA**

Estreito/MA
2025



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA REGIÃO TOCANTINA DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS, NATURAIS E LETRAS
CURSO DE CIÊNCIAS NATURAIS (MATEMÁTICA/FÍSICA) – LICENCIATURA

LEANDRO AGUIAR DE GOUVEIA

**TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS E FUNÇÕES POLINOMIAIS:
TRANSFORMANDO O ENSINO DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte integrante dos requisitos para conclusão e obtenção do título de Licenciado em Ciências Naturais, com ênfase em Matemática pela Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão.

Orientador: Prof. Dr. Ismael Carlos Pereira de Carvalho

Estreito/MA
2025



Universidade Estadual
da Região Tocantina
do Maranhão



FOLHA DE APROVAÇÃO

TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS E FUNÇÕES POLINOMIAIS: TRANSFORMANDO O ENSINO DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte integrante dos requisitos para a conclusão do Curso de Ciências Naturais - Licenciatura, com ênfase em Matemática pela Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão.

Aprovado em: 12/02/2025

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br ISMAEL CARLOS PEREIRA DE CARVALHO
Data: 24/04/2025 15:41:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Orientador

Prof. Dr. Ismael Carlos Pereira de Carvalho - UEMASUL

Documento assinado digitalmente
gov.br EDUARDO ANDRE DE FIGUEIREDO BRAGANCA
Data: 08/04/2025 13:51:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Primeiro Membro

Prof. Dr. Eduardo André de Figueiredo Bragança - UEMASUL

Documento assinado digitalmente
gov.br GUTIERREZ RODRIGUES DE MORAIS
Data: 24/04/2025 15:52:15-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Segundo Membro

Prof. Dr. Gutierrez, Rodrigues de Moraes - UEMASUL

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão
Centro de Ciências Agrárias, Naturais e Letras
Avenida Brejo do Pinto, S/N - Brejo do Pinto. CEP: 65975-000. Estreito - MA
C.N.P.J 26.677.304/0001-81- Criado nos termos da Lei nº 10.694, de 05.10.2018



Dedico este trabalho à minha família, cujo amor e apoio incondicionais foram fundamentais em todos os momentos desta jornada acadêmica. Aos meus pais Cândida e Antônio que mesmo não estando mais neste plano físico, continuam sendo uma fonte de inspiração para mim. Às minhas irmãs Jucilene, Maria dos Reis e Maria de Jesus pelo incentivo constante e por sempre me fazerem acreditar que a realização deste sonho era possível.

À família que formei minha esposa Azenália e meus filhos Victor Kalebe, Tiago e Elias, que são a base forte da minha vida e para os quais desejo ser um bom modelo a ser seguido. Este trabalho é dedicado a vocês que sempre estiveram ao meu lado.

G688t

Gouveia, Leandro Aguiar

Tecnologias Educacionais e Funções Polinomiais: transformando o ensino de matemática. Leandro Aguiar Gouveia. – Estreito, MA, 2025.

57 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática Licenciatura) – Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – UEMASUL, Estreito, MA, 2025.

1. Aprendizagem. 2. Equações. 3. Matemática. 4. Tecnologia. 5. Estreito- MA.
I. Título.

CDU 51-8:37

AGRADECIMENTOS

Agradeço sobretudo a Deus, o Criador de todas as coisas, por ter me concedido a oportunidade de concluir esta graduação, bem como pela resiliência e fé transmitidas a mim por meio das Escrituras Sagradas nos inúmeros momentos de dificuldade enfrentados ao longo deste caminho.

Ao professor e orientador Dr. Ismael Carlos Pereira de Carvalho pela valiosa contribuição e paciência nos momentos de dificuldade durante a elaboração deste trabalho. Agradeço a todos os professores e professoras do curso de Ciências Naturais (Matemática/Física) do CCANL, em especial aos professores Dr. Eduardo Bragança (Física) e Dr. Gutierrez Rodrigues (Física) e às professoras Dra. Weilan Paixão (Biologia), Me. Juliana Dias (Química) e Me. Daiane Bezerra (Disciplinas Pedagógicas), que estiveram comigo durante esses cinco anos, proporcionando conhecimentos indispensáveis que, sem dúvida, foram fundamentais para a conquista deste objetivo.

Agradeço também à Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL), em especial ao Centro de Ciências Agrárias, Naturais e Letras (CCANL), situado na cidade de Estreito/MA, por disponibilizar os recursos e o ambiente necessários para minha formação acadêmica.

Aos meus amigos e colegas da icônica turma de 2020 do curso de Ciências Naturais do CCANL especialmente Joelton Coutinho, Vagner Lacerda, Pedrinho Santana, Marcos Vinícius, Osiel Jeová, Thays Emanuella e Nágela Bragança, pela troca de conhecimentos, pelo apoio mútuo e pelas boas lembranças compartilhadas ao longo desses anos. Vocês foram parte fundamental desta jornada.

Agradeço também aos professores que foram meus supervisores de estágio Wéliton Corrêa e Tércio Freire, e às respectivas escolas Colégio Transamazônico e Centro de Ensino Frei Gil, por me proporcionarem a oportunidade de vivenciar a experiência daquele ambiente tão complexo e ao mesmo tempo inspirador que é a sala de aula. Desde o primeiro dia acreditaram no meu potencial e me incentivaram a seguir em frente, mesmo nos momentos mais desafiadores desta etapa tão importante da minha graduação.

Por fim, meu mais profundo agradecimento vai para a minha família. Vocês foram minha fonte de motivação e força inabalável, mesmo quando, por vezes, foram, de alguma forma, sacrificados ao longo desta jornada. Contudo, nunca deixaram de me compreender e apoiar incondicionalmente. Vocês são meu alicerce e minha inspiração. Este trabalho é fruto não apenas do meu esforço, mas também do apoio inestimável de cada um de vocês.

"A matemática é a rainha das ciências e a teoria dos números é a rainha da matemática."

(Carl Friedrich Gauss)

RESUMO

Este trabalho aborda o ensino das equações do primeiro e segundo grau, destacando a importância da utilização de softwares matemáticos, como *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica*, para facilitar o aprendizado. O objetivo principal é investigar como essas ferramentas podem auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos e tornar o ensino mais dinâmico e interativo. A pesquisa, de caráter bibliográfico, fundamenta-se em autores como Dante (2010), Borba e Penteadó (2001) e Moreira (2001), que discutem a aplicabilidade das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) na educação matemática. Os resultados indicam que o uso dessas tecnologias favorece a assimilação dos conteúdos, promove maior engajamento dos alunos e contribui para a contextualização do ensino. Conclui-se que a adoção dessas ferramentas deve ser incentivada, pois possibilita uma aprendizagem mais acessível e significativa. Estudos futuros podem aprofundar o impacto da tecnologia na formação docente.

Palavras-Chaves: Aprendizagem; Equações; Matemática; Tecnologia.

ABSTRACT

This study addresses the teaching of first- and second-degree equations, highlighting the importance of using mathematical software such as *GeoGebra*, *DR. GEO*, and *Graphmatica* to facilitate learning. The main objective is to investigate how these tools can assist in understanding mathematical concepts and make teaching more dynamic and interactive. The research, of a bibliographic nature, is based on authors such as Dante (2010), Borba and Penteadó (2001), and Moreira (2001), who discuss the applicability of Digital Information and Communication Technologies (DICTs) in mathematics education. The results indicate that the use of these technologies enhances content assimilation, promotes greater student engagement, and contributes to the contextualization of teaching. It is concluded that the adoption of these tools should be encouraged, as they enable more accessible and meaningful learning. Future studies may further explore the impact of technology on teacher training.

Keywords: Learning; Equations; Mathematics; Technology.

LISTA DE SIGLAS

TDICs – Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

BOLEMA- Boletim de Educação Matemática

ENEM- Exame Nacional do Ensino Médio

PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM - Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

TICs – Tecnologia da Informação e Comunicação

TDICs – Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Uma parte do Papiro de Rhind	22
Figura 3- Esquema do ensino tradicional	25
Figura 4- Interface do <i>GeoGebra</i> online	32
Figura 5- Construção de um quadrilátero “Q” e sua simetria por um ponto.	34

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Proposição 28: Livro VI	23
Gráfico 2- Equação Quadrática – <i>GeoGebra</i>	33
Gráfico 3- Equação Quadrática - <i>GeoGebra</i>	35
Gráfico 4- Gráficos de uma circunferência (azul) e uma parábola (amarela) produzidos no <i>GRAPHMATICA</i>	36
Gráfico 5- Equação Quadrática – <i>Graphmatica</i>	37
Gráfico 6- Equação $y = x^2 - 3x + 2$ no <i>GeoGebra</i>	41
Gráfico 7- Gráfico da Equação $y = x^2 - 4$ representada no <i>DR. GEO</i>	42
Gráfico 8- Gráfico <i>DR. GEO</i>	44
Gráfico 9- Gráfico da Equação $y = 2x - 12$, gerado na interface <i>GeoGebra</i>	45
Gráfico 10- Gráfico da Equação $y = x^2 - 4$ gerada na interface <i>Graphmatica</i>	46
Gráfico 11- Gráfico da Equação na interface <i>GeoGebra</i>	47
Gráfico 12- Equação com a interface <i>Graphmatatica</i>	49
Gráfico 13- Equação da interface <i>GeoGebra</i>	50

LISTA DE SÍMBOLOS

x : Variável desconhecida.

y : Variável dependente.

a, b, c : Coeficientes da equação do segundo grau.

\pm : Símbolo de mais ou menos (Plus-minus)

$\sqrt{\quad}$: Raiz quadrada (Radical).

Δ : Discriminante (Delta)

t : Variável do tempo.

$h(t)$: Função da altura em relação ao tempo.

S : Deslocamento.

v_0 : Velocidade inicial.

(x_1, x_2) : Raízes da equação do segundo grau.

$V(x, y)$: Coordenadas do vértice da parábola.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	15
2.	JUSTIFICATIVA.....	18
3.	OBJETIVOS.....	20
3.1	Objetivo geral	20
3.2	Objetivos específicos	20
4.	REVISÃO BIBLIOGRAFICA.....	21
4.1	Conceitos Históricos das Equações do Primeiro e do Segundo Grau	21
4.2	O Ensino das Equações Antes das Ferramentas Tecnológicas: Métodos, Desafios e Perspectivas.....	24
5.	EVOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NA EDUCAÇÃO.....	26
6.	ESTRUTURA E APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO PRIMEIRO E DO SEGUNDO GRAU.....	29
7.	AS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O USO DE SOFTWARES MATEMÁTICOS NO ENSINO DAS EQUAÇÕES	31
7.2	GeoGebra.....	31
7.3	Dr. Geo	33
7.4	Graphmatica.....	35
8.	EXPERIÊNCIA DE APLICAÇÃO DOS SOFTWARES NO ENSINO DAS EQUAÇÕES	38
9.	EXEMPLOS DE EXERCÍCIOS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU: RESOLUÇÃO EM SALA DE AULA	43
10.	METODOLOGIA	50
11.	CONCLUSÃO	52
	REFERENCIAS.....	54

1. INTRODUÇÃO

Para darmos arrimo a este trabalho, importa começar trazendo que a educação matemática no Brasil há muito tempo enfrenta desafios consideráveis, principalmente no que tange à compreensão e aplicação das equações do primeiro e segundo grau. Conforme indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (Brasil, 2002), o aprendizado dessas equações é imprescindível para o progresso do raciocínio lógico e crítico dos estudantes, além de serem conteúdos aplicáveis em diversas áreas do conhecimento, como física, engenharia, economia, medicina, entre outras.

Historicamente, tanto as equações do primeiro grau quanto as do segundo grau têm sido objeto de estudo desde as antigas civilizações. Os babilônios, por exemplo, já resolviam equações afins e quadráticas por meio de métodos geométricos rudimentares (Boyer, 2012). O Egito Antigo também deixou registros em papiros, como o de Rhind, que demonstram o uso de equações simples com uma incógnita, assemelhando-se ao que hoje chamamos de equações do primeiro grau (Gillings, 1972).

As equações do primeiro grau representam uma base fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo geralmente o primeiro contato dos alunos com a resolução de problemas envolvendo incógnitas. Segundo Dante (2010), compreender a estrutura e o funcionamento das equações do primeiro grau é essencial para que o estudante possa avançar na compreensão das funções, equações mais complexas e modelagens matemáticas em geral.

No contexto educacional brasileiro, observa-se que muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão de ambas as equações. Dante (2010) destaca que tais dificuldades decorrem, em grande parte, de abordagens pedagógicas que privilegiam a memorização de fórmulas em detrimento da compreensão conceitual e da aplicação prática. Essa metodologia tradicional pode levar ao desinteresse dos estudantes, comprometendo a aprendizagem significativa.

Com o advento das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), novas possibilidades surgem para o ensino da Matemática. Borba e Penteadó (2001) destacam que o uso de softwares matemáticos pode tornar o aprendizado mais dinâmico e interativo, facilitando a compreensão de conceitos tanto simples quanto complexos, como os presentes nas equações do primeiro e segundo grau. Entre os softwares disponíveis, o GeoGebra se destaca por sua versatilidade e ampla utilização no ensino da álgebra e da geometria.

O GeoGebra é uma plataforma gratuita que integra geometria, álgebra e cálculo, permitindo a visualização gráfica de funções e a manipulação de elementos matemáticos de forma interativa (Hohenwarter, 2014). Sua interface intuitiva facilita tanto o trabalho do professor quanto o aprendizado do aluno, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. O acesso ao GeoGebra pode ser feito através do site oficial.

Outro software relevante é o Dr. Geo, que se propõe a ser uma ferramenta aberta e fácil de estudar, modificar e estender para a exploração de construções geométricas interativas (GNU DR. GEO, 2025). Embora menos conhecido que o GeoGebra, o Dr. Geo oferece recursos valiosos para o ensino de geometria e álgebra. O Graphmatica, por sua vez, é amplamente utilizado para a plotagem de gráficos, permitindo que os alunos visualizem o comportamento de funções lineares e quadráticas (Graphmatica, 2025).

A introdução desses softwares na educação pode favorecer a superação das dificuldades tradicionais no ensino das equações do primeiro e do segundo grau. Almeida e Valente (2011) defendem que a incorporação de tecnologias educacionais melhora a qualidade da aprendizagem, uma vez que essas ferramentas permitem que os alunos explorem os conceitos de maneira ativa e participativa.

Além do que foi exposto, o uso de softwares matemáticos contribui para facilitar a conexão entre a teoria e a prática, permitindo que os estudantes visualizem as aplicações de ambos os tipos de equação em situações reais. Isso é corroborado por Chaves e Carvalho (2004), que enfatizam a importância de contextualizar o ensino da Matemática para torná-lo mais relevante e interessante para os alunos.

No entanto, é importante ressaltar que a eficácia do uso desses softwares depende da formação e disposição dos professores em integrá-los em suas práticas pedagógicas. Frota e Borges (2004) destacam que a incorporação de novas tecnologias requer uma mudança de postura por parte dos educadores, que devem estar abertos a novas metodologias e dispostos a se atualizar constantemente.

Em termos gerais, a integração de softwares como o GeoGebra, Dr. Geo e Graphmatica no ensino das equações do primeiro e segundo grau representa uma oportunidade indispensável para elevar a qualidade da educação matemática. Ao transformar o ensino em uma experiência mais dinâmica e interativa, esses recursos podem auxiliar em uma compreensão mais profunda e relevante dos conceitos, habilitando os estudantes a empregar esses conhecimentos em diversas disciplinas e em situações cotidianas.

Dessa forma, este trabalho busca analisar a importância e a eficácia do uso de softwares matemáticos no ensino das equações do primeiro e segundo grau, com o intuito de oferecer

subsídios teóricos e práticos para educadores que desejam aprimorar suas práticas pedagógicas e promover um aprendizado mais significativo para seus alunos.

2. JUSTIFICATIVA

O ensino de Matemática, em especial das equações do primeiro e segundo grau, apresenta desafios que impactam diretamente a compreensão e o desempenho dos alunos. Conforme apontado por Dante (2010), o método tradicional de ensino baseado na memorização de fórmulas e procedimentos mecânicos tem se mostrado ineficaz para o desenvolvimento do pensamento matemático crítico. Muitos estudantes enfrentam dificuldades na abstração dos conceitos e na interpretação de problemas que envolvem essas equações algébricas, o que compromete não apenas sua progressão acadêmica, mas também sua capacidade de aplicação desse conhecimento em contextos reais (Chaves; Carvalho, 2004).

Na contemporaneidade, a integração de recursos digitais na educação tem proporcionado a adoção de novas metodologias que objetivam melhorar a compreensão matemática dos alunos. O uso de softwares matemáticos, como *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica*, tem se destacado como sendo uma alternativa inovadora e eficaz para o ensino de equações do primeiro e segundo grau.

Essas ferramentas tendem a possibilitar a visualização dinâmica dos gráficos das equações, permitindo uma compreensão mais intuitiva e interativa dos conceitos matemáticos (Borba; Penteado, 2001). Estudos apontam que o uso dessas ferramentas contribui para um ensino mais significativo, pois os alunos conseguem estabelecer relações entre os coeficientes da equação e sua representação geométrica (Almeida; Valente, 2011).

O ensino das equações afins, especificamente, ocupa um papel fundamental nos anos finais do Ensino Fundamental, sendo a base para o desenvolvimento do raciocínio algébrico e da resolução de problemas matemáticos cotidianos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998), é essencial que o aluno compreenda a função de uma variável desconhecida e saiba aplicar as técnicas de resolução dessas equações em contextos práticos, o que contribui para a consolidação do pensamento lógico.

Elon Lages declara, em um artigo publicado na Revista do Professor de Matemática nº 13, que:

Por mais antigo tradicional e reprisado que seja o assunto que estamos ensinando convém sempre procurar novos ângulos para focalizá-lo, outras maneiras de abordá-lo, não somente buscando tornar mais atraentes nossas aulas mas até mesmo para nos dar um pouco mais de entusiasmo, quebrando a monotonia de repetir todos os anos a mesma história (Lima, 1988, p. 13)

Outro fator que justifica a relevância desta pesquisa é a necessidade de adequação do ensino às novas diretrizes educacionais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

que enfatiza a importância do uso das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Brasil (2017), as metodologias ativas e o uso de TDICs devem ser incentivados para promover uma aprendizagem mais engajadora e participativa. Dessa forma, a inserção dos softwares matemáticos no ensino das equações afins e do segundo grau pode estar alinhada às necessidades do contexto educacional contemporâneo, tornando o aprendizado mais dinâmico e eficiente.

Portanto, a pesquisa se justifica pela necessidade de modernização do ensino de Matemática, explorando ferramentas que auxiliam na compreensão das equações afins e do segundo grau. A adoção dos softwares matemáticos mencionados pode contribuir significativamente para a construção de um ambiente de aprendizagem mais interativo, acessível e eficaz, beneficiando tanto os professores quanto os alunos.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo geral

Investigar a contribuição de softwares matemáticos, como *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica*, para o ensino e a aprendizagem das equações do primeiro e segundo grau no Ensino Fundamental e Médio.

3.2 Objetivos específicos

- Apresentar o contexto histórico das equações algébricas de primeiro e segundo grau, abordando suas origens, evolução e principais contribuições matemáticas ao longo do tempo;
- Explorar os desafios no ensino e aprendizagem desses conteúdos, destacando dificuldades enfrentadas pelos alunos e limitações das metodologias tradicionais;
- Analisar o uso de softwares matemáticos (*GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica*) como ferramentas pedagógicas para o ensino das referidas equações, demonstrando suas funcionalidades e benefícios;
- Investigar experiências e materiais publicados que aplicam essas tecnologias no ensino da álgebra elementar, avaliando seus impactos na aprendizagem dos estudantes.

4. REVISÃO BIBLIOGRAFICA

4.1 Conceitos Históricos das Equações do Primeiro e do Segundo Grau

As equações do primeiro e segundo grau são elementos fundamentais no desenvolvimento da Matemática e da Álgebra, tendo sido estudadas desde as civilizações mais antigas. Sua compreensão é essencial para a resolução de problemas práticos e para a formação do pensamento algébrico e lógico dos estudantes (Dante, 2010).

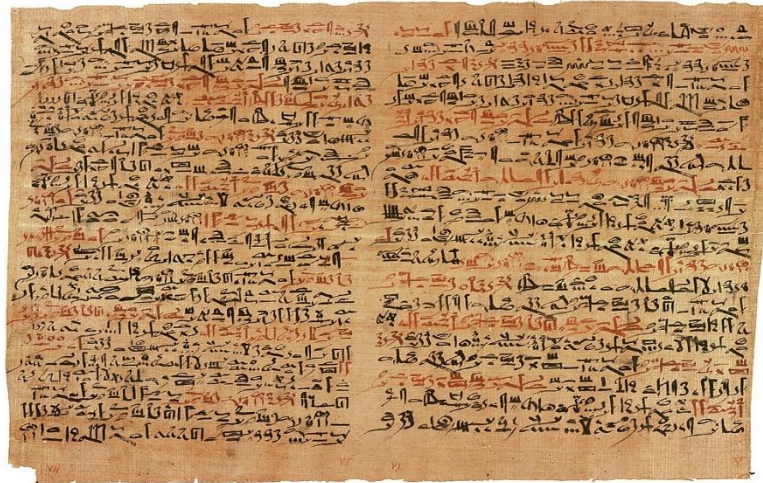
As equações do primeiro grau, também chamadas de equações afins, são aquelas que apresentam apenas uma incógnita elevada à primeira potência. Elas foram utilizadas de forma empírica por povos da Antiguidade, como os egípcios e os babilônios, que já resolviam problemas envolvendo valores desconhecidos a partir de métodos aritméticos e geométricos (Boyer, 2012). O famoso Papiro¹ de Rhind, datado de aproximadamente 1650 a.C., contém diversos exemplos de resolução de problemas que hoje seriam representados por equações afins (Gillings, 1972).

Já as equações do segundo grau, também conhecidas como equações quadráticas, surgem com mais ênfase nos registros dos babilônios por volta de 1800 a.C., que utilizavam técnicas similares ao método de “completar o quadrado”. Esses problemas eram registrados em tabuletas de argila e já possuíam estrutura semelhante à equação $ax^2 + bx = c$, mesmo sem a simbologia algébrica moderna (Katz, 2009).

No Egito Antigo, a Matemática era aplicada principalmente em cálculos práticos, como medições de terrenos e construções. Embora os egípcios não tenham desenvolvido um método sistemático para equações quadráticas, há evidências de soluções para problemas que envolvem proporções e incógnitas – configurando o uso tanto de equações do primeiro quanto do segundo grau.

¹ Papiro eram folhas produzidas pelos egípcios na Antiguidade, utilizadas como superfície para a escrita. A produção dessas folhas era realizada utilizando hastes do papiro, uma planta aquática muito comum no Egito e encontrada nas margens e no delta do Nilo (Silva, s.d.)

Figura 1-Uma parte do Papiro de Rhind



Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm202/Papiro.htm>

Diferente dos babilônios, os egípcios adotavam estratégias mais aproximativas, baseadas em regras práticas, com foco em aplicações reais. Suas contribuições, no entanto, lançaram as bases para o raciocínio algébrico utilizado séculos depois.

Os matemáticos gregos também contribuíram significativamente para o estudo das equações. Euclides (c. 300 a.C.), em sua obra "Os Elementos", utilizava construções geométricas para representar e resolver equações, principalmente aquelas de primeiro e segundo grau. A proposição 28 do Livro VI trata justamente de uma representação geométrica para a resolução de equações quadráticas.

Proposição 28 - Livro VI: Dividir um segmento de reta de modo que o retângulo contido por suas partes seja igual a um quadrado dado, não excedendo este o quadrado sobre a metade do segmento de reta. Em linguagem atual $x^2 - px + q^2 = 0$, em que p e q são segmentos dados.

1: Sejam AB e PE dois segmentos de reta, em que $AB = p$, $PE = q$ e $q < \frac{p}{2}$. Sendo P o ponto médio de AB e o segmento PE ortogonal a AB .

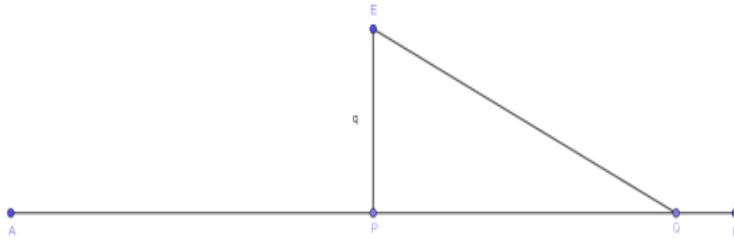
2: Escolhendo o ponto Q em AB com o ponto Q tal que $AQ + QB = p$ e $AQ \cdot QB = q^2$ tem-se a solução procurada. Para isso basta traçar uma circunferência de centro em E e raio $\frac{p}{2}$, que cortará o segmento AB no ponto Q . Logo:

$$q^2 = \underline{PB^2 - PQ^2} = (\underline{PB - PQ}) \cdot (\underline{PB + PQ}) = \underline{QB} \cdot \underline{AQ}$$

3: Finalmente denotando por $r = \underline{AQ}$ e $s = \underline{BQ}$ as raízes da equação dada, conclui-se que:

$$p = r + s \text{ e } q^2 = r \cdot s$$

A proposição anterior pode ser representada graficamente por meio da figura abaixo:

Gráfico 1- Proposição 28: Livro VI

Fonte: (Pedroso, 2010, p. 3)

Segundo Pedroso (2010), essa proposição pode ser traduzida na forma algébrica moderna como $x^2 - px + q = 0$, em que p e q são segmentos dados. Esse tipo de abordagem contribuiu para a associação entre álgebra e geometria que se consolidaria nos séculos posteriores.

Além disso, Diofanto de Alexandria (século III d.C.) foi um dos primeiros a expressar e resolver equações do primeiro e segundo grau de forma mais abstrata e simbólica. Sua obra "Arithmetica" é considerada precursora da álgebra moderna (Heath, 1964).

Durante o período medieval, os matemáticos árabes, como Al-Khwarizmi, sistematizaram os métodos de resolução das equações do primeiro e segundo grau. Em seu livro "*Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala*", ele apresentou classificações e algoritmos para solucionar diferentes tipos de equações, inclusive com exemplos verbais de equações afins e quadráticas. Al-Khwarizmi é considerado o "pai da álgebra" e sua obra influenciou toda a matemática europeia posterior (Rashid, 1994).

No Renascimento, matemáticos como Girolamo Cardano e René Descartes aperfeiçoaram as técnicas de resolução e introduziram notações algébricas modernas, relacionando equações com representações gráficas – especialmente as funções afins e quadráticas, representações das equações de primeiro e segundo grau, respectivamente (Boyer, 2012).

Atualmente, ambas as equações são conteúdos essenciais no currículo da educação básica. Elas são fundamentais não apenas para a Matemática, mas também para aplicações em outras ciências e no cotidiano, servindo de base para a resolução de problemas, modelagens matemáticas e desenvolvimento de competências lógico-dedutivas (Brasil, 2017).

4.2 O Ensino das Equações Antes das Ferramentas Tecnológicas: Métodos, Desafios e Perspectivas

O ensino da Matemática, especialmente das equações do primeiro e segundo grau, sempre desempenhou um papel fundamental na formação do pensamento lógico e crítico dos estudantes. Antes da introdução das tecnologias digitais, o ensino desses conteúdos era baseado em metodologias tradicionais, que priorizavam a exposição oral, o uso de quadro e giz, e a aplicação de exercícios repetitivos. Autores como Dante (2010) e Boyer (2012) discutem que, apesar dessas metodologias oferecerem uma base sólida para o aprendizado, muitas vezes não favoreciam a compreensão conceitual e a aplicação prática do conhecimento.

Desde as antigas civilizações, como a babilônica e a grega, o ensino das equações do primeiro grau já era abordado de forma prática e intuitiva. Problemas cotidianos, como partilhas de bens e medidas de terrenos, eram resolvidos por meio de raciocínios lógicos que envolviam valores desconhecidos. Boyer (2012) destaca que os babilônios utilizavam tábuas de argila para resolver tais problemas, enquanto os gregos, especialmente Euclides, aplicavam métodos geométricos para representar relações matemáticas básicas. Esses métodos exigiam dos aprendizes uma capacidade de abstração significativa, muitas vezes limitada pela ausência de recursos visuais e simbólicos modernos.

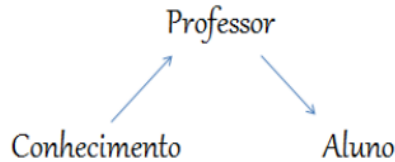
Diofanto de Alexandria, considerado o “pai da álgebra”, foi um dos primeiros a sistematizar a resolução tanto de equações afins quanto quadráticas por meio de abordagens algébricas. De acordo com Heath (1964), sua obra *Arithmetica* apresenta soluções simbólicas e métodos que, mesmo sem o uso de tecnologias digitais, já propunham uma análise mais profunda e abstrata dessas equações, contribuindo significativamente para o ensino tradicional da Matemática.

Até o final da década de 1950, o ensino da Matemática no Brasil seguia uma abordagem formalista-clássica, na qual o professor desempenhava o papel central de transmissor e expositor do conteúdo. Nesse modelo, a aprendizagem dos alunos baseava-se na memorização e reprodução exata do raciocínio do professor e na organização dos conteúdos nos livros didáticos. Para os tradicionalistas, a melhoria do ensino da Matemática estava diretamente ligada a uma perspectiva técnica e formal, utilizando-se essencialmente lousa e livros como recursos didáticos (Fiorentini, 1995, p. 5-8).

Na perspectiva tradicional de aprendizagem da matemática não é dada ao aluno qualquer oportunidade de articular suas experiências e conclusões pessoais acerca do conhecimento ensinado ou mesmo cobrado pelo professor, visto que só lhe é permitido exercitar o que lhe foi transmitido na escola. O aluno, portanto, não tem oportunidade de interagir com o próprio conhecimento, o que transforma a relação

educativa em uma via de mão única na qual não lhe é dada a chance de rever aspectos implícitos no conhecimento que lhe é transmitido (Mendes, 2001, p. 69).

Figura 2- Esquema do ensino tradicional



Fonte: Mendes, 2001, p.69

Para Moreira (2001), essa abordagem tradicional no ensino da Matemática apresentava dificuldades marcantes, especialmente no que tange à compreensão conceitual das equações. A carência de recursos visuais dinâmicos e a inexistência de interatividade nas aulas prejudicavam o aprendizado de alunos com diferentes perfis cognitivos, levando à desmotivação e ao baixo desempenho escolar.

George Pólya, em sua obra *How to Solve It*, propôs metodologias que valorizavam o pensamento heurístico e a resolução de problemas. Pólya (2006) sugeria que os alunos fossem incentivados a pensar criticamente e a desenvolver estratégias próprias para resolver equações do primeiro e segundo grau, o que contrastava com a metodologia tradicional baseada apenas na aplicação mecânica de fórmulas.

No Brasil, Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido como Malba Tahan, utilizava histórias e narrativas para ensinar Matemática. Em suas obras, ele apresentava problemas envolvendo equações simples e quadráticas de forma lúdica e acessível, tornando o aprendizado mais significativo mesmo sem o uso de tecnologias digitais (Tahan, 1998).

Jean Piaget, renomado psicólogo suíço, trouxe contribuições fundamentais para o ensino da Matemática. Piaget (1999) argumentava que o aprendizado de conceitos como as equações do primeiro grau deveria respeitar os estágios do desenvolvimento cognitivo dos alunos, sendo baseado em atividades práticas e experimentais. Sua abordagem serviu de base para propostas pedagógicas que valorizam o “aprender fazendo”.

Mesmo sem as tecnologias atuais, educadores buscavam metodologias diferenciadas para o ensino dessas equações. Borba e Penteadó (2001) ressaltam que o uso de materiais concretos, jogos matemáticos e atividades práticas eram alternativas viáveis para tornar o ensino mais dinâmico e facilitar a compreensão dos alunos.

Embora as metodologias tradicionais tenham desempenhado um papel importante na formação matemática, apresentavam limitações significativas. Lorenzato (2006) afirma que o

ensino baseado apenas na exposição oral e na resolução mecânica de exercícios não atendia aos alunos com dificuldades de abstração, evidenciando a necessidade de inovações pedagógicas.

A transição para o uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática foi essencial para superar essas limitações. Segundo Almeida e Valente (2011), a chegada de softwares matemáticos como *GeoGebra* e *Graphmatica* trouxe novas possibilidades de visualização e experimentação, ampliando o acesso ao conhecimento matemático.

Portanto, o ensino das equações do primeiro e segundo grau antes do uso de ferramentas tecnológicas foi marcado por desafios significativos, mas também por contribuições valiosas de educadores e teóricos. Com o advento das tecnologias digitais, muitas dessas ideias puderam ser potencializadas, criando um cenário mais interativo, acessível e inclusivo para o ensino da Matemática.

5. EVOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NA EDUCAÇÃO

A forma como as equações do primeiro e segundo grau são ensinadas tem passado por transformações ao longo dos séculos. Desde os registros das civilizações antigas até os modelos educacionais contemporâneos, o ensino dessas expressões algébricas tem sido constantemente adaptado para atender às necessidades de cada época e contexto.

Durante o período renascentista, com o desenvolvimento da Álgebra, as equações do primeiro e do segundo grau passaram a ser estudadas de forma mais analítica, sendo incorporadas gradualmente aos currículos escolares europeus (Klein, 1972). Essa sistematização permitiu que os alunos compreendessem melhor as relações entre variáveis e os diferentes métodos de resolução.

No século XIX, com a organização formal do ensino da Matemática, essas equações tornaram-se conteúdos obrigatórios no ensino médio. Livros didáticos começaram a apresentar métodos como isolamento da variável para as equações do primeiro grau, e fatoração, completar quadrados e a fórmula de Bhaskara para as do segundo grau, consolidando o ensino desses conteúdos (Moreira, 2001).

A seguir, apresenta-se a tabela adaptada por Pedroso (2010, p. 6), que ilustra como a linguagem matemática evoluiu ao longo do tempo:

Tabela 1-Resolução de Bhaskara x Resolução atual

Seja $ya\ v2$ o número de abelhas do enxame	Seja $2x^2$ o número de abelhas do enxame
A raiz quadrada da metade desse número é $ya1$ $k(a)$ metade $yav2$	$\frac{\sqrt{2x^2}}{2} = x$

<i>ya</i> 1	
Oito nonos de todo o enxame é <i>ya v</i> $\frac{16}{9}$	Oito nonos de todo enxame é $\left(\frac{16}{9}\right)x^2$
A soma da raiz quadrada com a parte fracionária e o casal de abelhas é igual à quantidade total de abelhas deste enxame, isto é, <i>ya v</i> 2 <i>ya</i> 1 <i>ya v</i> 16 <i>nonos ru</i> 2 <i>ya v</i> 2	$x + \left(\frac{16}{9}\right)x^2 + 2 = 2x^2$
Reduzindo-se ao mesmo denominador os dois membros da equação e eliminando o denominador, a equação transforma-se em <i>ya</i> 9 <i>ya v</i> 16 <i>ya</i> 18 <i>ya v</i> 18 <i>ya v</i> 18 <i>ya v</i> 16 <i>ya</i> 9 <i>ru</i> 18	$\frac{9x + 16x^2 + 18}{9} = \frac{18x^2}{9}$ $18x^2 = 16x^2 + 9x + 18$
Após a subtração a equação torna-se <i>ya v</i> 18 <i>ya v</i> 16 <i>ya</i> 9 <i>ya v</i> 16 <i>ya</i> 9 <i>ru</i> 18 <i>ya v</i> 16 <i>ya</i> 9 <i>ya v</i> 2 <i>ya</i> 9 <i>ru</i> 18	$18x^2 - 16x^2 - 9x = 16x^2 + 9x + 18 - 16x^2 - 9x$ $2x^2 - 9x = 18$
Portanto, <i>ya</i> é 6 <i>ya</i> 1 6	Portanto, $x = 6$
Donde <i>ya v</i> 2 é 72 <i>ya v</i> 2 <i>ru</i> 2 <i>bha ru v</i> 6 <i>ru</i> 72	Donde $2x^2 = 2 \cdot 6^2 = 72$

Fonte: Adaptação da tabela pelo autor de Pedroso (2010, p. 6)

Observa-se que Pedroso (2010) adaptou a linguagem de Bhaskara para uma forma matemática mais contemporânea. Uma das principais diferenças entre essas linguagens é que, enquanto Bhaskara não utilizava o sinal de igualdade, hoje esse símbolo é amplamente empregado para representar relações entre quantidades conhecidas e desconhecidas.

No Brasil, as primeiras referências ao ensino das equações do primeiro grau surgem ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo trabalhadas como ferramentas para resolver problemas cotidianos. Já as equações do segundo grau passam a ser mais intensamente exploradas no Ensino Fundamental II e Ensino Médio, exigindo maior nível de abstração e domínio de operações algébricas.

Durante o movimento da Matemática Moderna, na década de 1960, houve uma ênfase no ensino da linguagem simbólica e estrutural, impactando diretamente a forma como as equações de primeiro e segundo grau eram abordadas. A lógica formal passou a ser valorizada, e conteúdos antes intuitivos foram sistematizados por meio de estruturas algébricas (Lorenzato, 2006).

Os conceitos fundamentais sobre funções — como a função afim (do primeiro grau) e a função quadrática (do segundo grau) — são introduzidos ainda nos anos finais do Ensino Fundamental e retomados no Ensino Médio com maior profundidade. Esse conhecimento é

frequentemente exigido em exames nacionais, como o ENEM, e é base para disciplinas de nível superior.

A relevância do estudo dessas equações é evidenciada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que orientam:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções (Brasil, 2002, p. 121).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) também reforça a importância das equações do primeiro e do segundo grau, propondo que sejam ensinadas por meio de abordagens ativas e com o uso de tecnologias digitais, como o *GeoGebra*, o *Graphmatica* e outros recursos que facilitem a compreensão visual e contextualizada dos conceitos.

Exemplos modernos incluem a utilização de softwares para manipular graficamente os coeficientes de uma equação afim e observar sua inclinação e intercepto, ou de uma função quadrática para analisar concavidade, raízes e vértice. Essas abordagens ajudam os alunos a compreender não apenas as técnicas de resolução, mas o significado e o comportamento das equações em contextos reais.

Outro exemplo prático é o uso da modelagem matemática para interpretar fenômenos simples, como calcular a velocidade de um objeto (função afim) ou a trajetória de um projétil (função quadrática). Essas aplicações tornam o ensino das equações mais significativo, pois conectam os conceitos com situações do cotidiano (Borba; Penteado, 2001).

A implementação de metodologias como a aprendizagem baseada em problemas (PBL) também tem favorecido o ensino das equações do primeiro e segundo grau, ao incentivar que os alunos enfrentem desafios reais e desenvolvam soluções utilizando os conhecimentos matemáticos adquiridos (Almeida; Valente, 2011).

Portanto, a evolução do ensino das equações do primeiro e segundo grau reflete não apenas o avanço do conhecimento matemático, mas também as mudanças nas metodologias educacionais. A incorporação de tecnologias e práticas pedagógicas inovadoras tem contribuído para tornar esse aprendizado mais contextualizado, acessível e eficaz para os alunos.

6. ESTRUTURA E APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO PRIMEIRO E DO SEGUNDO GRAU

As equações do primeiro e do segundo grau representam marcos fundamentais no ensino da Matemática, sendo amplamente trabalhadas na Educação Básica. O conteúdo é abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) dentro do bloco “Números e Operações” e “Álgebra”. Esses documentos orientam que os professores apresentem tais temas por meio de situações-problema, proporcionando aos alunos uma compreensão mais significativa (Brasil, 1998).

De acordo com os PCNs (Brasil, 1998, p. 84), é essencial:

"[...] a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da 'sintaxe' (regras para resolução) de uma equação."

A equação do primeiro grau é expressa genericamente por:

$$ax + b = 0,$$

onde $a \neq 0$, sendo a e b números reais. Sua resolução é direta e envolve operações fundamentais como adição, subtração, multiplicação ou divisão. Essa estrutura serve como base para o desenvolvimento do raciocínio algébrico e aparece em diversas situações cotidianas, como cálculo de porcentagem, orçamentos e problemas simples envolvendo grandezas.

Já a equação do segundo grau é representada por:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

onde $a \neq 0$, e a , b e c são coeficientes reais. Sua resolução pode ser feita por diversos métodos: fatoração, completar quadrados ou pela fórmula quadrática (também conhecida como fórmula de Bhaskara):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Essa última envolve o discriminante, representado por $\Delta = b^2 - 4ac$ que determina a natureza das raízes da equação:

- Se $\Delta > 0$: duas raízes reais e distintas;
- Se $\Delta = 0$: uma raiz real e única;
- Se $\Delta < 0$: não há raízes reais (as raízes são complexas conjugadas).

A distinção entre equação e função é relevante. Enquanto a equação busca os valores de x que satisfazem a igualdade, a função relaciona x um valor y . Por exemplo:

- **Função do primeiro grau:**

$$f(x) = ax + b.$$

Representa uma reta no plano cartesiano, e seus coeficientes determinam a inclinação e o ponto de interseção com o eixo y .

- **Função do segundo grau:**

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Representa uma parábola, cuja concavidade depende do sinal de a . O vértice da parábola é dado por:

$$v = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{\Delta}{4a} \right).$$

Segundo Katz (2009), a análise gráfica permite compreender como variações nos coeficientes impactam a posição e a forma da parábola.

Essas estruturas são amplamente aplicáveis. A equação do primeiro grau aparece em situações como variação proporcional, cálculo de distâncias, tempo e velocidade constante. Já a equação do segundo grau é usada em modelagens de fenômenos mais complexos como:

- Trajetórias parabólicas em esportes e física;
- Análise de lucros e custos máximos na economia;
- Cálculo de área máxima em geometria.

Um exemplo clássico de aplicação na física é o movimento uniformemente variado (*MUV*), descrito pela função:

$$S(t) = S_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2.$$

Que é uma função do segundo grau em relação ao tempo t , representando uma parábola.

No contexto da educação, a BNCC (Brasil, 2017) incentiva o uso de situações reais e tecnologias no ensino desses conteúdos, destacando a importância de sua contextualização para o desenvolvimento de competências matemáticas.

Segundo Dante (2010), a aprendizagem de equações torna-se mais significativa quando o aluno entende o “porquê” de cada passo e reconhece a aplicabilidade do que está sendo aprendido. Isso pode ser potencializado pelo uso de softwares matemáticos, que favorecem a visualização dos gráficos e das soluções, como o *GeoGebra*, *Graphmatica* e *DR. GEO*.

Além disso, Lorenzato (2006) afirma que o ensino contextualizado de equações, com foco em interpretação, manipulação e resolução de problemas, amplia a autonomia do aluno e estimula seu protagonismo no processo de aprendizagem.

Em suma, compreender a estrutura e a aplicação das equações do primeiro e segundo grau é essencial não apenas para a resolução mecânica de problemas, mas também para

desenvolver a capacidade de abstração, de modelagem matemática e de análise crítica da realidade.

7. AS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O USO DE SOFTWARES MATEMÁTICOS NO ENSINO DAS EQUAÇÕES

As tecnologias digitais da informação e comunicação (TDICs) possibilitaram a introdução de novas metodologias de ensino-aprendizagem, entre elas o uso de softwares matemáticos. Esses softwares promovem o ensino da Matemática de forma mais interativa e envolvente, proporcionando aos alunos uma visualização mais concreta dos conteúdos abordados, principalmente no que se refere às equações do primeiro e segundo grau.

O uso desses softwares estimula a curiosidade e o interesse dos estudantes, que se sentem mais motivados a aprender, facilitando a compreensão e resolução de problemas matemáticos. Conforme Borba e Penteado (2001), o uso das TDICs permite que o aluno visualize fenômenos matemáticos e estabeleça relações entre teoria e prática. Além disso, os professores têm a oportunidade de tornar as aulas mais dinâmicas e contextualizadas, atendendo aos diferentes estilos de aprendizagem.

O uso de softwares como o *GeoGebra*², o *Dr. Geo* e o *Graphmatica* no ensino das equações do primeiro e segundo grau é bastante significativo. Eles permitem a construção de gráficos, manipulação de coeficientes, observação do comportamento das funções e análise das raízes das equações. Tais recursos ampliam a capacidade de análise dos alunos, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz.

7.2 *GeoGebra*

O *GeoGebra* é um software de matemática dinâmica gratuito, que reúne recursos de álgebra, geometria, cálculo e estatística em uma única plataforma. É um dos programas mais utilizados no ambiente educacional devido à sua interface intuitiva, acessibilidade e capacidade de manipulação de gráficos em tempo real.

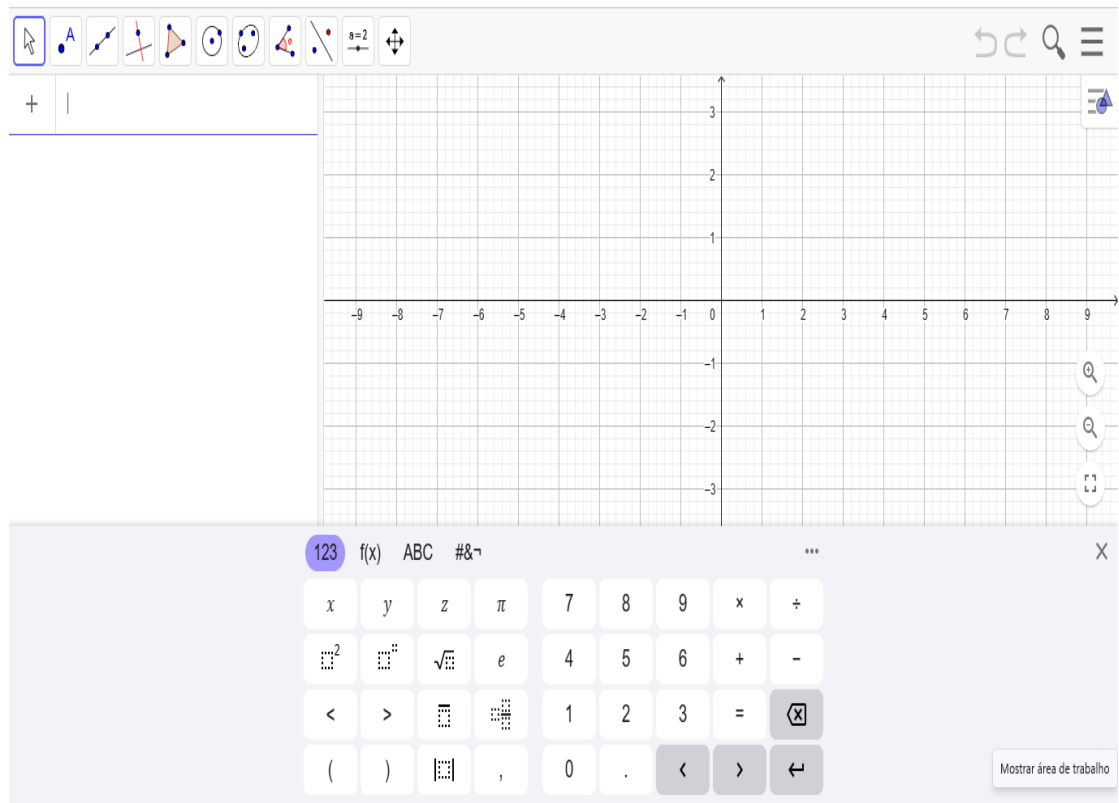
Esse software permite representar graficamente tanto funções afins (relacionadas às equações do primeiro grau) quanto funções quadráticas (relacionadas às equações do segundo grau), possibilitando a visualização imediata das transformações causadas por alterações nos coeficientes. O aluno pode, por exemplo, modificar os valores de a , b e c e observar como a

² Software disponível em: <https://www.geogebra.org/>

parábola (ou a reta) se comporta, promovendo a compreensão do papel de cada coeficiente na construção da função.

Além do mais, o *GeoGebra* favorece a aprendizagem investigativa e a resolução de problemas, promovendo a experimentação e a descoberta de conceitos por meio da manipulação direta de objetos matemáticos. Segundo Hohenwarter (2014), essa interação ativa contribui para a construção do conhecimento de forma significativa, especialmente no estudo de funções e equações.

Figura 3- Interface do *GeoGebra* online

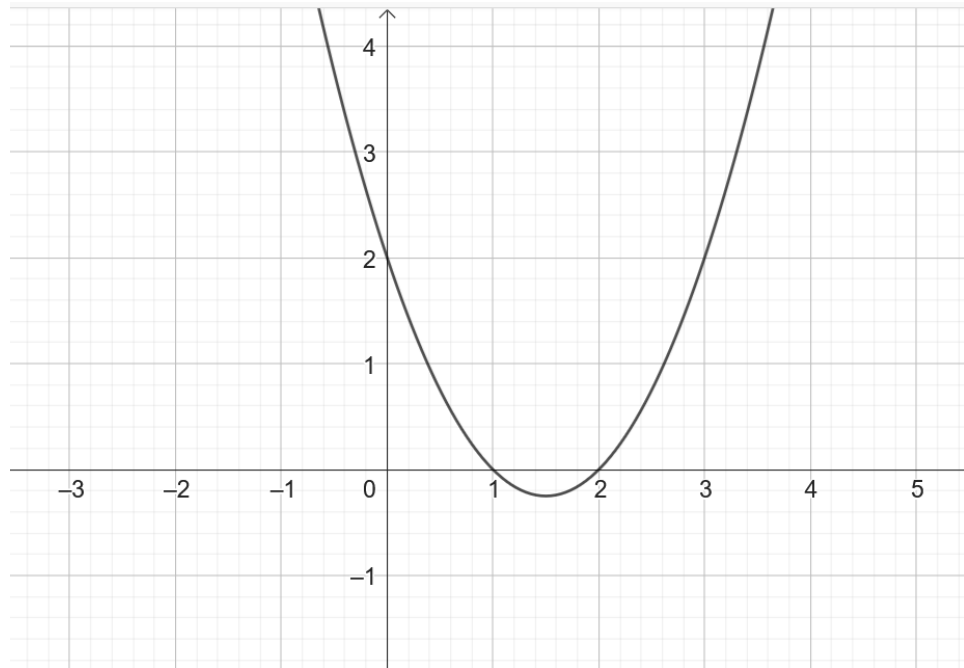


Fonte: <https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>

Exemplo prático no *GeoGebra*:

Podemos trazer como exemplo de uso do *GeoGebra* a análise da equação $y = x^2 - 3x + 2$. Ao digitar essa equação no software, observa-se o gráfico de uma parábola que intercepta o eixo x nos pontos $x = 1$ e $x = 2$. Isso corresponde às raízes da equação, verificáveis pela fatoração $(x - 1)(x - 2) = 0$. Esse tipo de representação ajuda os alunos a entender a conexão entre a equação algébrica e seu gráfico.

Gráfico 2- Equação Quadrática – *GeoGebra*



Fonte: Elaborado pelo autor, (2025)

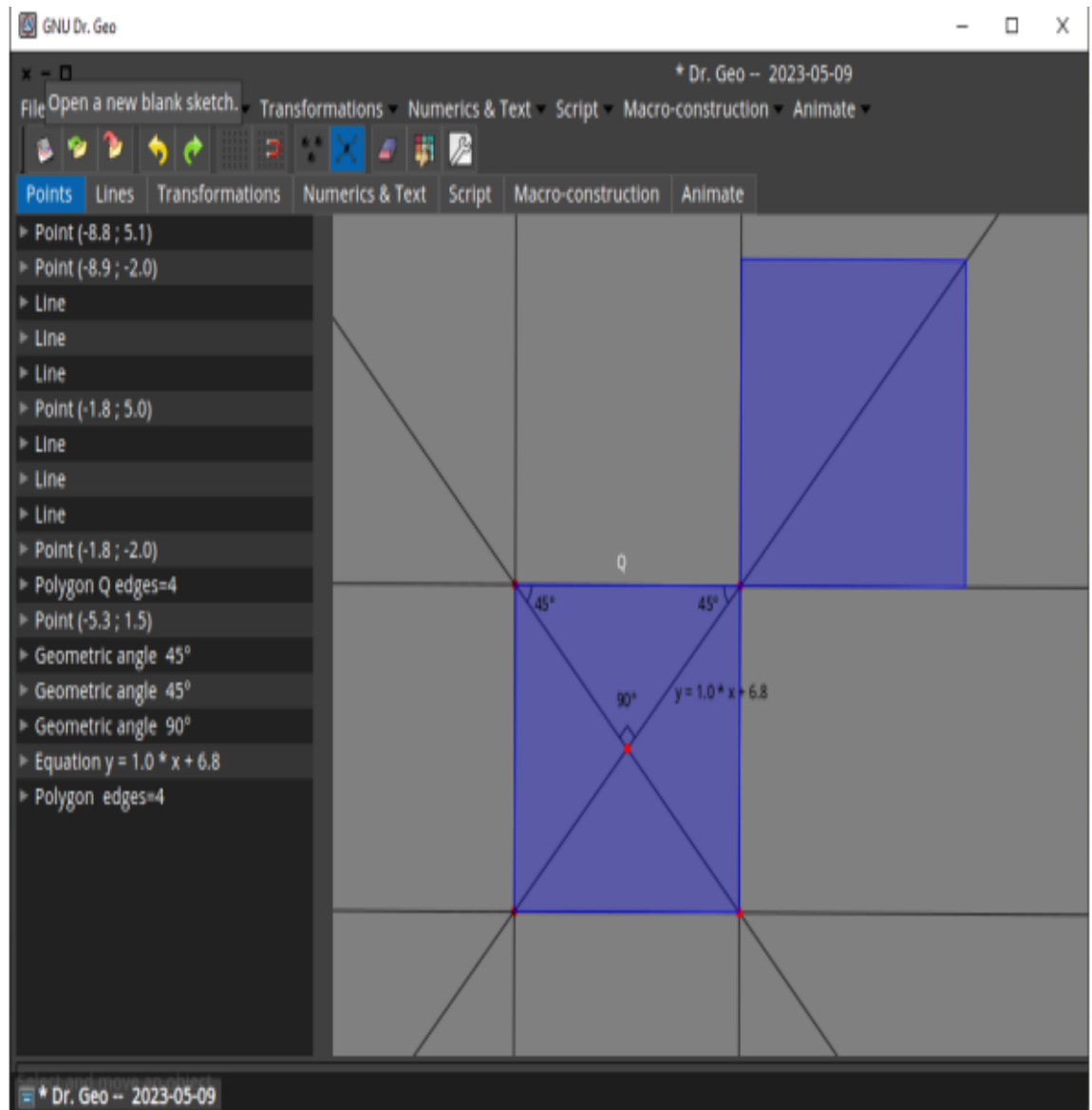
7.3 Dr. Geo

O *Dr. Geo* é um software livre voltado para a construção e exploração de figuras geométricas interativas. Embora seu foco principal seja a geometria, ele também pode ser utilizado para trabalhar com álgebra, especialmente quando se trata de representar graficamente equações do primeiro e segundo grau no plano cartesiano.

O programa permite criar pontos, segmentos, retas e curvas, além de estabelecer relações entre esses elementos. Dessa forma, os alunos podem, por exemplo, construir graficamente a solução de uma equação do primeiro grau e compreender seu significado geométrico como uma reta no plano.

Segundo Almeida e Valente (2011), o uso do *Dr. Geo* estimula o pensamento geométrico e a visualização espacial, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes na resolução de problemas matemáticos.

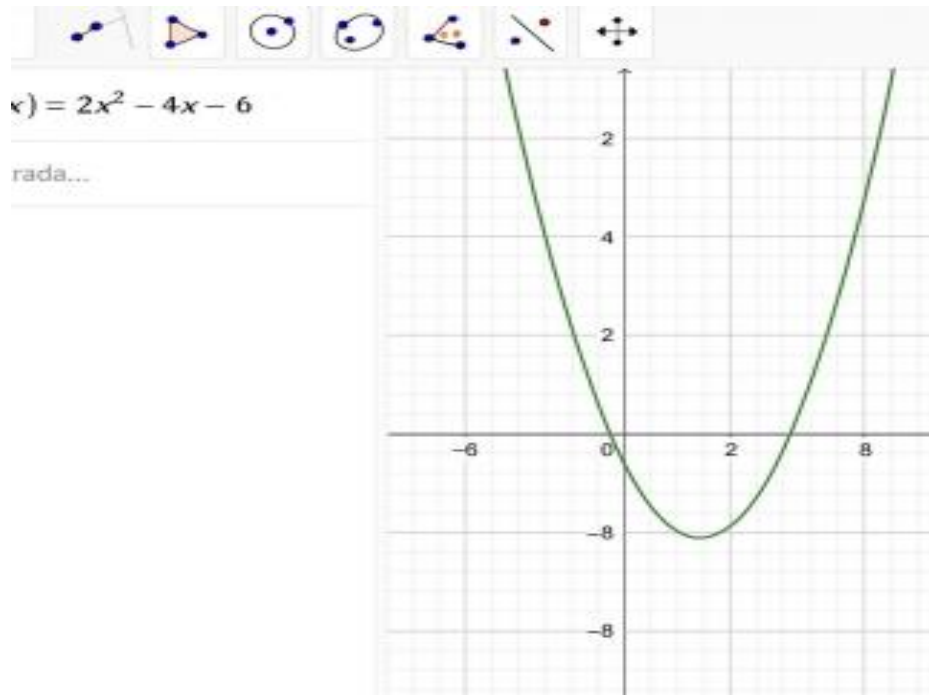
Figura 4- Construção de um quadrilátero “Q” e sua simetria por um ponto.



Fonte: <https://www.gnu.org/software/dr-geo/>

Exemplo prático no *DR. GEO*:

No *DR. GEO*, a equação $y = 2x^2 - 4x - 6$ pode ser analisada interativamente. Os alunos podem modificar os coeficientes da equação e observar como isso impacta a concavidade e o deslocamento da parábola no plano cartesiano. Esse tipo de manipulação favorece o aprendizado por experimentação.

Gráfico 3- Equação Quadrática - *GeoGebra*

Fonte: Elaborada pelo autor, (2025)

7.4 *Graphmatica*

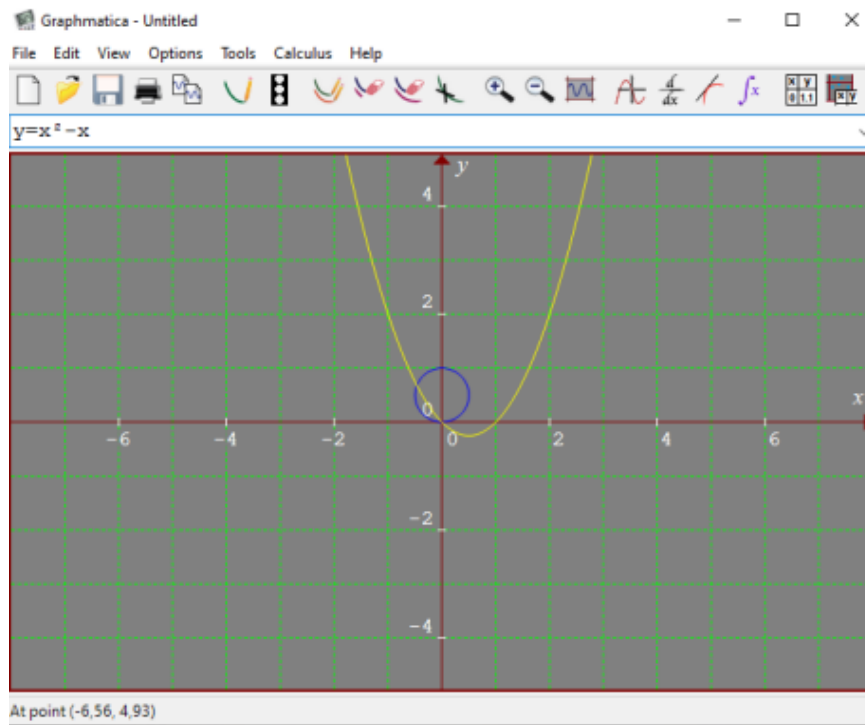
O *Graphmatica*³, é um software gratuito que possibilita a construção de gráficos de funções, equações e desigualdades com precisão. Ele permite a plotagem simultânea de várias expressões, o que facilita a comparação entre diferentes funções e a análise de interseções entre elas.

No caso das equações do primeiro e segundo grau, o *Graphmatica* possibilita a visualização clara das raízes, dos vértices e das interseções com os eixos. Ademais, é possível observar o comportamento das funções à medida que se alteram os coeficientes, promovendo uma compreensão mais aprofundada da relação entre os elementos da equação e sua representação gráfica.

Seu uso didático tem sido apontado como eficaz na superação das dificuldades encontradas por alunos no aprendizado de álgebra. Conforme afirma Dante (2010), a representação gráfica contribui para a compreensão de conceitos abstratos, favorecendo a aprendizagem expressiva.

Gráfico 4- Gráficos de uma circunferência (azul) e uma parábola (amarela) produzidos no GRAPHMATICA

³ Software disponível em: <https://www.baixaki.com.br/apps/calculadoras>

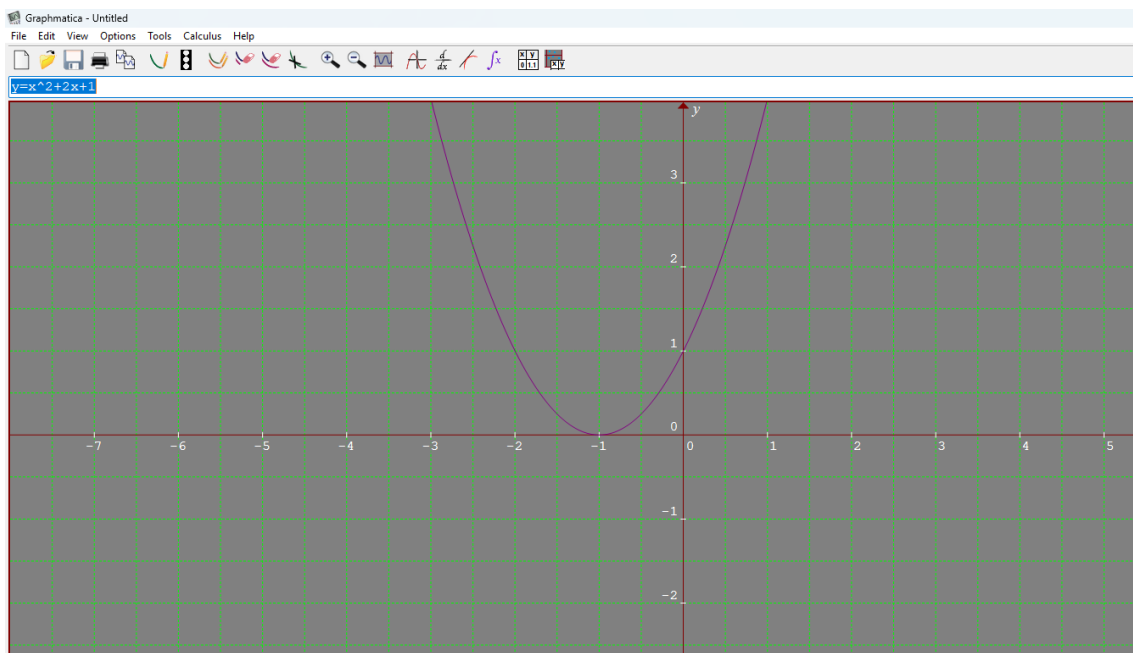


Fonte: <http://www.graphmatica.com/>

Exemplo prático no *Graphmatica*:

No *Graphmatica*, um exemplo relevante é a equação $y = x^2 + 2x + 1$. Ao plotá-la, observa-se que a parábola toca o eixo x em $x = -1$, indicando que a equação possui uma única raiz real. Esse tipo de análise permite que os estudantes compreendam o impacto do discriminante (Δ) sobre o número de soluções da equação quadrática.

Gráfico 5- Equação Quadrática – *Graphmatica*



Fonte: Elaborada pelo autor, (2025)

A aplicação desses softwares no ensino das equações do primeiro e do segundo grau tende a trazer vantagens um tanto que consideráveis. Para dar início, eles incentivam uma aprendizagem interativa, na qual os alunos podem manipular os parâmetros da equação ao mesmo tempo que podem observar os efeitos, tudo isso em tempo real. Para Moreira (2001), essa abordagem incentiva a intuição matemática e estimula a análise crítica dos alunos.

Além do mais, esses programas oferecem aos alunos a oportunidade de testar diferentes abordagens de resolução das equações quadráticas. Por exemplo, no *GeoGebra*, é possível resolver uma equação graficamente, observando os pontos de interseção da parábola com o eixo x , ou algebricamente, utilizando a fórmula quadrática. Esse tipo de abordagem múltipla contribui para uma compreensão mais profunda do conteúdo (Brasil, 2017).

Outro benefício do uso de softwares matemáticos é a possibilidade de contextualizar o ensino das equações do segundo grau. De acordo com Lorenzato (2006), problemas matemáticos apresentados de forma visual e interativa tornam-se mais acessíveis aos alunos, facilitando a associação dos conceitos teóricos com aplicações práticas.

Pesquisas indicam que o uso de softwares matemáticos no ensino das equações do segundo grau melhora o desempenho dos alunos e aumenta seu interesse pelo aprendizado. Segundo Borba e Penteado (2001), ferramentas digitais contribuem para a motivação dos estudantes ao proporcionar experiências interativas e investigativas.

Ademais, o uso dessas tecnologias promove a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem. Segundo Katz (2009), quando os estudantes têm a oportunidade de explorar conceitos matemáticos por meio de softwares interativos, desenvolvem maior confiança na resolução de problemas.

Outro aspecto relevante é a personalização do ensino proporcionada pelos softwares. Segundo Heath (1964), cada aluno pode manipular as equações conforme seu próprio ritmo de aprendizado, permitindo uma compreensão mais aprofundada dos conceitos.

O uso de tecnologias digitais no ensino das equações do segundo grau também favorece a interdisciplinaridade. De acordo com Moreira (2001), a combinação da Matemática com a Física, a Economia e outras disciplinas permite que os alunos percebam a aplicabilidade dos conceitos matemáticos em diferentes contextos.

A inserção dos softwares matemáticos nas aulas requer uma mudança na prática pedagógica. Segundo Lorenzato (2006), os professores devem estar preparados para integrar

essas ferramentas de maneira eficaz, promovendo uma abordagem que vá além da simples substituição do quadro e giz.

Uma estratégia pedagógica recomendada é o uso de atividades investigativas, nas quais os alunos são desafiados a formular hipóteses e testá-las utilizando os softwares. Segundo Almeida e Valente (2011), essa metodologia estimula o raciocínio crítico e o aprendizado ativo.

Os desafios na implementação dos softwares matemáticos incluem a necessidade de formação docente e a disponibilidade de infraestrutura tecnológica nas escolas. Segundo Dante (2010), para que as tecnologias sejam utilizadas de forma eficiente, é essencial que os professores estejam capacitados para explorá-las pedagogicamente.

Apesar dos desafios, os benefícios do uso de softwares no ensino das equações do segundo grau são evidentes. Segundo Borba e Penteadó (2001), a combinação entre teoria, prática e tecnologia promove um aprendizado mais significativo e eficaz.

Portanto, o uso das TDICs e dos softwares matemáticos no ensino das equações do primeiro e segundo grau configura-se como uma estratégia pedagógica relevante, que possibilita não apenas a construção do conhecimento, mas também o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como a análise crítica, a resolução de problemas e a argumentação lógica. Esses recursos, quando bem aplicados, tornam-se aliados do professor e facilitadores da aprendizagem dos alunos, promovendo um ensino mais atrativo, eficaz e condizente com os desafios da educação contemporânea.

Assim, a incorporação de tecnologias digitais no ensino da Matemática deve ser incentivada, pois contribui para a melhoria do desempenho dos alunos e para a construção de um conhecimento mais sólido e aplicável às suas realidades (Brasil, 2017).

8. EXPERIÊNCIA DE APLICAÇÃO DOS SOFTWARES NO ENSINO DAS EQUAÇÕES

A inserção de tecnologias no ensino da Matemática tem sido um dos caminhos mais explorados por pesquisadores e educadores para aprimorar a aprendizagem dos alunos. Planejar aulas dinâmicas, que vão além do uso tradicional de quadro e giz, pode engajar os alunos de maneira mais eficaz. Nesse contexto, a utilização de softwares voltados para o ensino da Matemática pode ser uma ferramenta valiosa para o professor em sala de aula, contribuindo para a melhoria do processo de aprendizagem dos alunos.

Entendemos que também essa concepção incorporar tecnologia admite dois níveis de entendimento. Num primeiro destes, o professor entende que em virtude do acúmulo de experiências pessoais com o uso de tecnologia, a incorporação da tecnologia pelo educando se acentua e as formas de fazer matemática se modificam [...]. Num segundo

nível, o professor entende que a incorporação de novas formas de fazer matemática leva os educandos a desenvolverem novas formas de pensar e resolver problemas. (Frota; Borges, 2004, p.6)

De acordo com Suzuki e Rampazzo (2009) e Moran, Masetto e Behrens (2008), as tecnologias transformaram profundamente todos os setores da sociedade, incluindo a educação, que desempenha um papel essencial nesse contexto de mudanças. As TIC oferecem inúmeras possibilidades de aprimoramento na prática pedagógica, tornando-se indispensáveis nos ambientes educacionais. No entanto, essa integração apresenta desafios significativos para os profissionais da área, especialmente para os professores, que têm a responsabilidade direta de implementar essas inovações. Também, é relevante considerar a perspectiva de Tornaghi (2006), que destaca que:

A chegada das tecnologias de informação e comunicação (TIC) na escola evidencia desafios e problemas relacionados aos espaços e a os tempos que o uso das tecnologias novas e convencionais provocam nas práticas que ocorrem no cotidiano da escola. Para entendê-los e superá-los é fundamental reconhecer as potencialidades das tecnologias disponíveis e a realidade em que a escola se encontra inserida, identificando as características do trabalho pedagógico que nela se realizam, de seu corpo docente e discente, de sua comunidade interna e externa. (Tornaghi, 2006, p. 61)

No contexto das equações do segundo grau, o uso de softwares como o *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica* tem se mostrado eficiente na visualização e compreensão dos conceitos envolvidos. Estudos recentes demonstram que essas ferramentas contribuem sobremaneira para o processo de ensino-aprendizagem, tornando as aulas mais interativas e favorecendo a assimilação de conceitos abstratos (Borba; Penteadó, 2001).

Diversas pesquisas têm analisado o impacto dessas ferramentas no ensino das equações do segundo grau. Entre esses estudos, destacam-se três experiências acadêmicas que aplicaram os softwares *GeoGebra* e *DR. GEO*, analisando suas contribuições na compreensão dos alunos. Esses estudos, realizados por Amaral, Nogueira e Munhoz (2011), Sena e Pianezzer (2021) e Jesus (2018), fornecem evidências sobre os benefícios do uso das tecnologias digitais no ensino da Matemática.

No estudo conduzido por Amaral, Nogueira e Munhoz (2011), intitulado "O Uso do *GeoGebra* no Estudo da Função Quadrática", os pesquisadores desenvolveram uma atividade com alunos do primeiro ano do ensino médio. O objetivo foi verificar como o uso do software poderia auxiliar na compreensão dos conceitos de função quadrática, explorando gráficos e equações simultaneamente. Durante as aulas, os alunos puderam modificar coeficientes e

visualizar em tempo real as mudanças nos gráficos das equações do segundo grau, o que facilitou a associação entre a forma algébrica e sua representação geométrica.

O impacto dessa abordagem foi positivo, pois os alunos relataram maior clareza na identificação das raízes da equação e no entendimento do vértice da parábola. Segundo Amaral *et al.* (2011), os estudantes mostraram-se mais engajados e participativos, pois passaram a explorar a Matemática de forma experimental e investigativa. Além do que, a possibilidade de visualizar os coeficientes da equação em tempo real ajudou a consolidar conceitos fundamentais da função quadrática.

Outro estudo relevante foi realizado por Sena e Pianezzer (2021), no artigo "A Utilização do Software *GeoGebra* no Aprendizado das Equações do 2º Grau de Alunos do Ensino Fundamental". Essa pesquisa teve como objetivo analisar como a utilização do software pode facilitar a aprendizagem das equações do segundo grau por meio da manipulação interativa dos gráficos. Durante a experiência, os alunos puderam construir e modificar gráficos, explorando como os coeficientes da equação influenciavam a concavidade e as raízes da função.

Os resultados indicaram que os estudantes conseguiram superar dificuldades comuns relacionadas à abstração dos conceitos algébricos. A visualização instantânea das mudanças na equação proporcionou um aprendizado mais dinâmico e significativo. Além do mais, os professores envolvidos na pesquisa relataram que o uso do software facilitou a explicação dos conteúdos, permitindo maior interação e compreensão por parte dos alunos (Sena; Pianezzer, 2021).

Já a dissertação de Jesus (2018), intitulada "O Uso do Software *GeoGebra* para o Ensino de Função Quadrática", explorou a utilização do software no ensino superior, evidenciando sua aplicabilidade tanto no ensino médio quanto na educação superior. O estudo demonstrou que o *GeoGebra* não apenas auxilia na compreensão dos conceitos básicos da equação quadrática, mas também permite aprofundamentos matemáticos mais complexos, como o estudo da derivada e do comportamento da função quadrática em diferentes domínios.

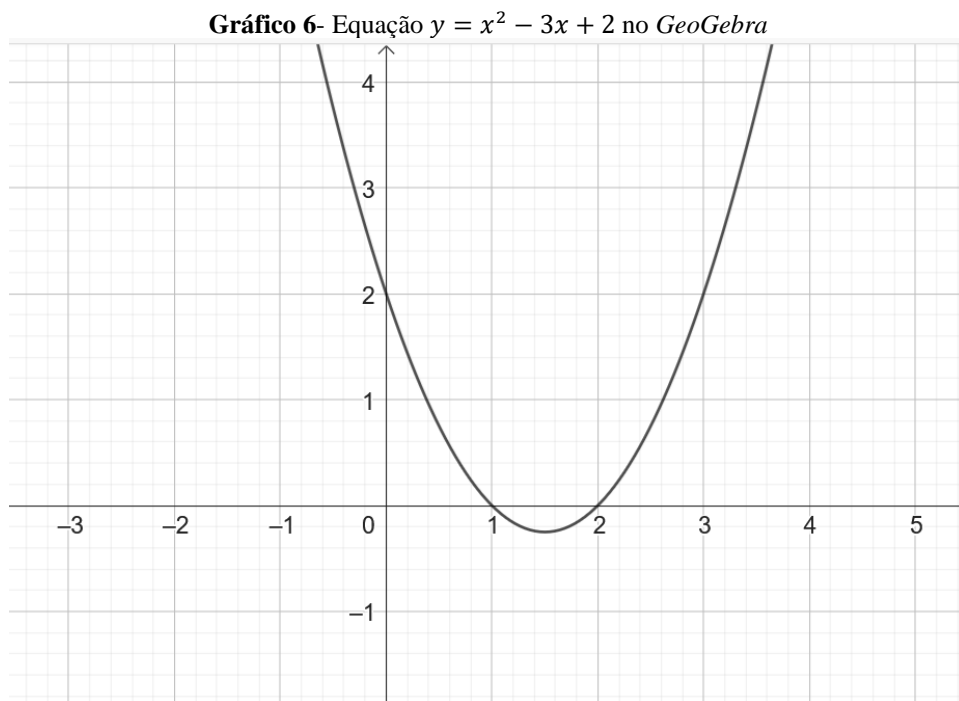
Diante desses resultados, observa-se que a introdução de softwares matemáticos no ensino das equações do segundo grau apresenta vantagens notáveis. O primeiro benefício é a visualização de conceitos abstratos, pois a capacidade de representar graficamente as equações facilita o entendimento dos alunos. O segundo é a aprendizagem ativa, já que os estudantes se tornam protagonistas no processo educacional ao experimentarem diferentes valores e analisarem as transformações nas funções quadráticas.

Além disso, o uso dos softwares aumenta a motivação dos alunos, pois torna as aulas mais dinâmicas e envolventes. Segundo Moreira (2001), alunos que utilizam tecnologia em sala

de aula apresentam maior interesse no conteúdo, pois conseguem perceber sua aplicabilidade prática. Outro aspecto importante é a autonomia no aprendizado, visto que os estudantes podem explorar o software individualmente e desenvolver uma compreensão própria dos conceitos.

Um dos exemplos práticos mais utilizados nas pesquisas analisadas é a equação $y = x^2 - 3x + 2$, que pode ser inserida no *GeoGebra* para visualizar a interseção da parábola com o eixo x nos pontos $x = 1$ e $x = 2$. Esse exercício permite aos alunos compreenderem de forma prática a relação entre os coeficientes da equação e as raízes da função quadrática.

Vejamos no gráfico abaixo;

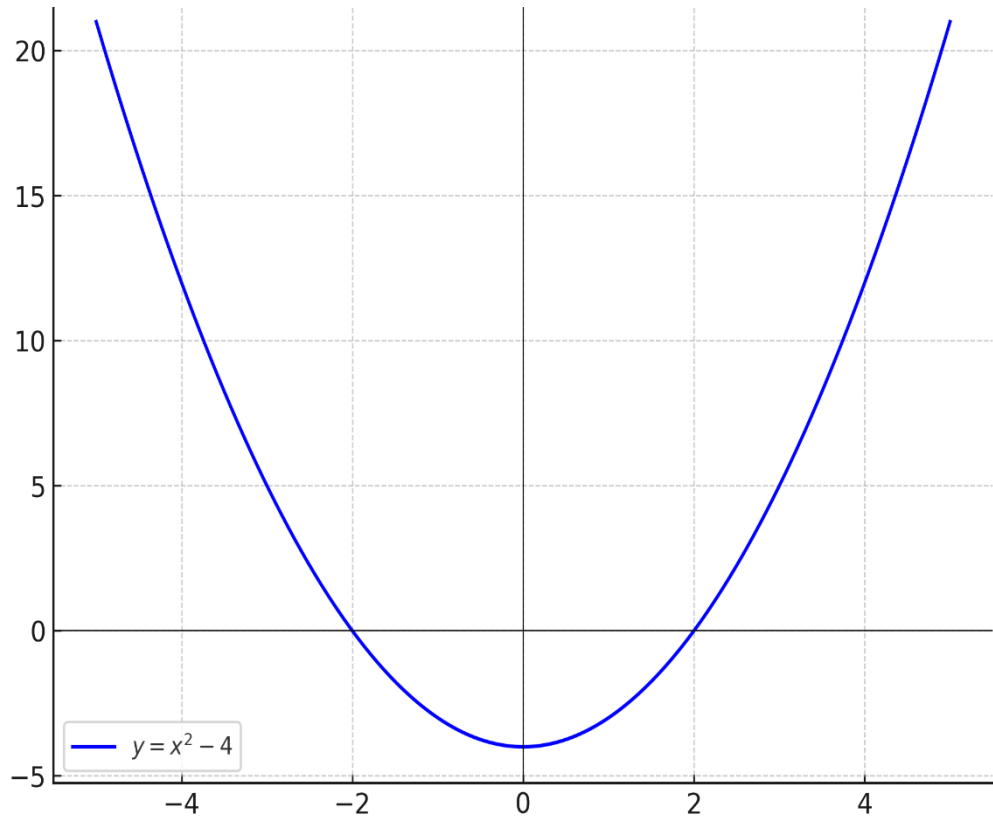


Fonte: Elaborado pelo autor, (2025)

Outra equação comumente utilizada para exemplificação no ensino com softwares é $y = x^2 - 4$, que, quando representada no *DR. GEO*, possibilita observar como a mudança no coeficiente altera a abertura da parábola. Esse tipo de análise ajuda a consolidar o conceito de concavidade e pontos críticos da função.

Senão vejamos:

Gráfico 7- Gráfico da Equação $y = x^2 - 4$ representada no *DR. GEO*



Fonte: Elaborado pelo autor, (2025).

Por fim, no estudo de Jesus (2018), foi utilizada a equação $y = x^2 + 2x + 1$, que apresenta uma única raiz real em $x = -1$, representando um caso particular de função quadrática. A análise desse tipo de equação no software facilita a compreensão do conceito de discriminante e como ele influencia a quantidade de raízes reais.

Esses exemplos reforçam a importância dos softwares matemáticos no ensino da Matemática, pois permitem uma abordagem investigativa e prática do conteúdo. Além disso, as pesquisas mostram que a adoção dessas ferramentas no ensino das equações do segundo grau pode melhorar significativamente o desempenho dos alunos e facilitar a mediação pedagógica dos professores.

Compreende-se que o impacto do uso de softwares matemáticos na aprendizagem das equações do segundo grau é extremamente positivo. Ferramentas como *GeoGebra* e *DR. GEO* permitem que os alunos interajam com o conteúdo de forma dinâmica, desenvolvendo habilidades analíticas e exploratórias. Além disso, as evidências coletadas nos estudos mencionados demonstram que essa abordagem pode ser integrada com sucesso no ensino básico e superior, tornando a aprendizagem da Matemática mais acessível e eficaz.

9. EXEMPLOS DE EXERCÍCIOS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU: RESOLUÇÃO EM SALA DE AULA

O ensino de equações do primeiro e segundo grau é um dos pilares fundamentais da Matemática, pois fornece aos alunos ferramentas essenciais para resolver problemas do cotidiano e compreender conceitos matemáticos mais avançados. Segundo Dante (2010), a resolução de equações desenvolve o raciocínio lógico e a capacidade de modelagem matemática, habilidades indispensáveis para diversas áreas do conhecimento. Além disso, a utilização de softwares educacionais pode facilitar a compreensão desses conceitos, tornando o processo de ensino mais interativo e dinâmico.

Atualmente, diversas ferramentas podem ser empregadas na resolução de equações em sala de aula, como *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica*. De acordo com Almeida e Valente (2011), o *GeoGebra* se destaca por ser um software intuitivo e visual, permitindo aos alunos manipularem os coeficientes da equação e observarem as transformações gráficas em tempo real. Já o *DR. GEO* é uma alternativa para professores que desejam enfatizar a relação entre álgebra e geometria, enquanto o *Graphmatica* é útil para plotagem de gráficos e visualização de raízes de equações.

A seguir, apresentamos seis exercícios que exemplificam a resolução de equações do primeiro e segundo grau, utilizando métodos tradicionais e ferramentas digitais para melhor compreensão dos alunos.

Exercício 1: Equação do Primeiro Grau

Problema: Resolva a equação $2x - 5 = 7$

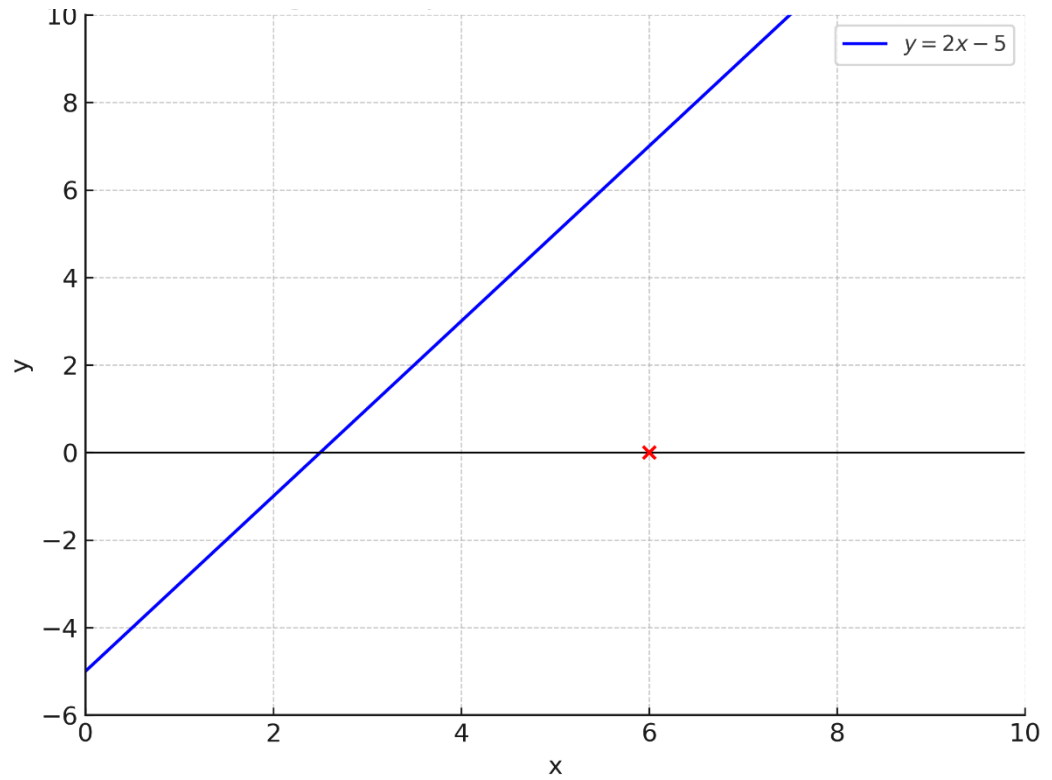
Solução: Somamos 5 em ambos os lados da equação:

$$2x = 12$$

Agora, dividimos por 2:

$$x = 6$$

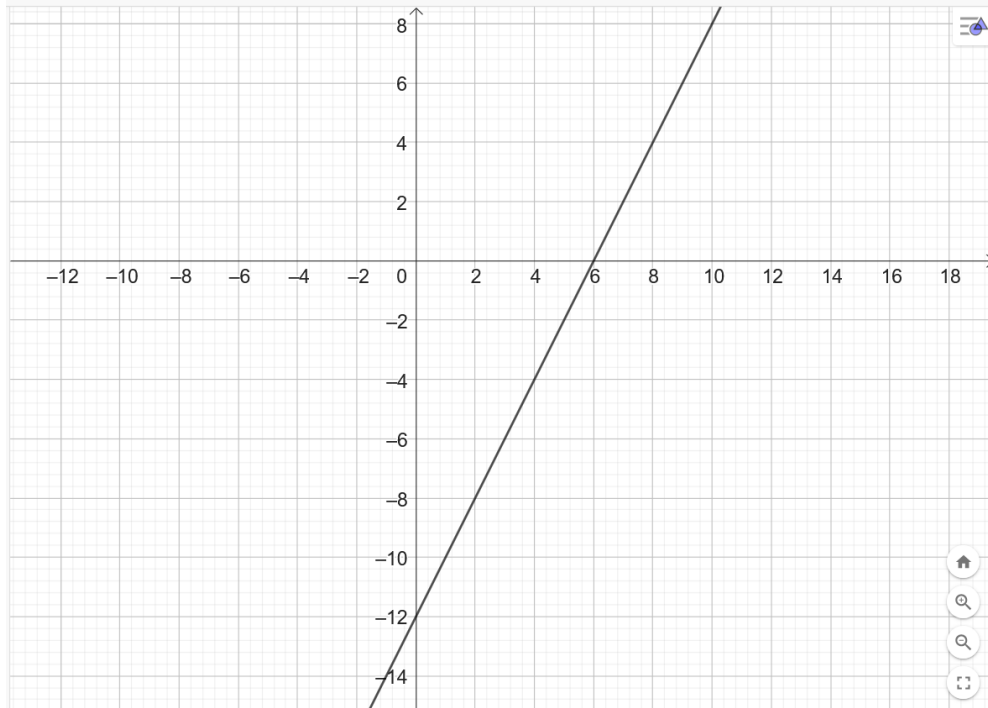
Utilizando o *GeoGebra*, podemos representar essa equação graficamente e verificar que a reta intercepta o eixo x no ponto, confirmando a solução.



Fonte: Elaborado pelo autor, (2025).

Segundo Moreira (2001), esse tipo de abordagem ajuda os alunos a compreenderem a relação entre a solução algébrica e a representação gráfica. Vejamos no gráfico abaixo:

Gráfico 9- Gráfico da Equação $y = 2x - 12$, gerado na interface *GeoGebra*



Fonte: Elaborado pelo autor, (2025)

Exercício 2: Equação do Primeiro Grau com Fração:

Problema: Resolva a equação $\frac{x}{3} + 2 = 5$.

Solução: Subtraímos 2 de ambos os lados:

$$\frac{x}{3} = 3.$$

Multiplicamos por 3 para eliminar a fração:

$$x = 9.$$

Este exercício pode ser trabalhado no *DR. GEO*, permitindo aos alunos manipularem visualmente os coeficientes da equação e observarem sua solução no eixo x . Lorenzato (2006) destaca que a exploração visual de equações melhora a intuição matemática dos estudantes.

Exercício 3: Equação do Segundo Grau Simples

Problema: Resolva a equação $x^2 - 4 = 0$

Solução: Começamos isolando o termo quadrático

$$x^2 - 4 = 0.$$

Somamos 4 em ambos os lados da equação

$$x^2 = 4.$$

Agora extraímos a raiz quadrada dos dois lados:

$$x = \pm 2$$

A visualização desse problema no *Graphmatica* permite aos alunos verem a parábola interceptando o eixo x nos pontos $x = -2$ e $x = 2$, reforçando o conceito de raízes da equação quadrática (Dante, 2010).

Gráfico 10- Gráfico da Equação $y = x^2 - 4$ gerada na interface *Graphmatica*

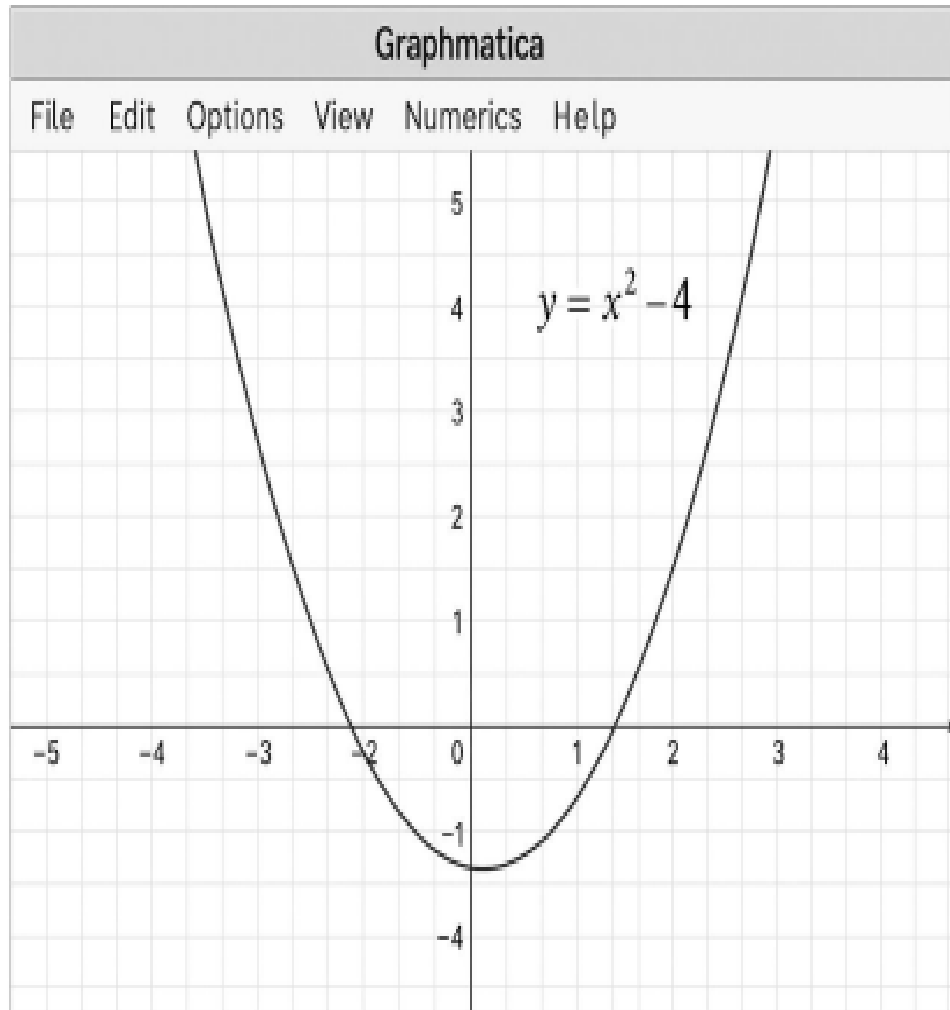


Gráfico da equação $y = x^2 - 4$ gerada na interface Graphmatica

Fonte: Elaborado pelo autor, (2025)

Exercício 4: Equação do Segundo Grau com a fórmula quadrática

Problema: Resolva a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ utilizando a fórmula quadrática.

Solução: Aplicamos os coeficientes na fórmula quadrática:

$$x = \frac{-5 (-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 (1)(6)}}{2 (1)}$$

Calculamos o discriminante:

$$\Delta = 25 - 24 = 1.$$

Substituímos na fórmula:

$$x = \frac{5 + 1}{2}.$$

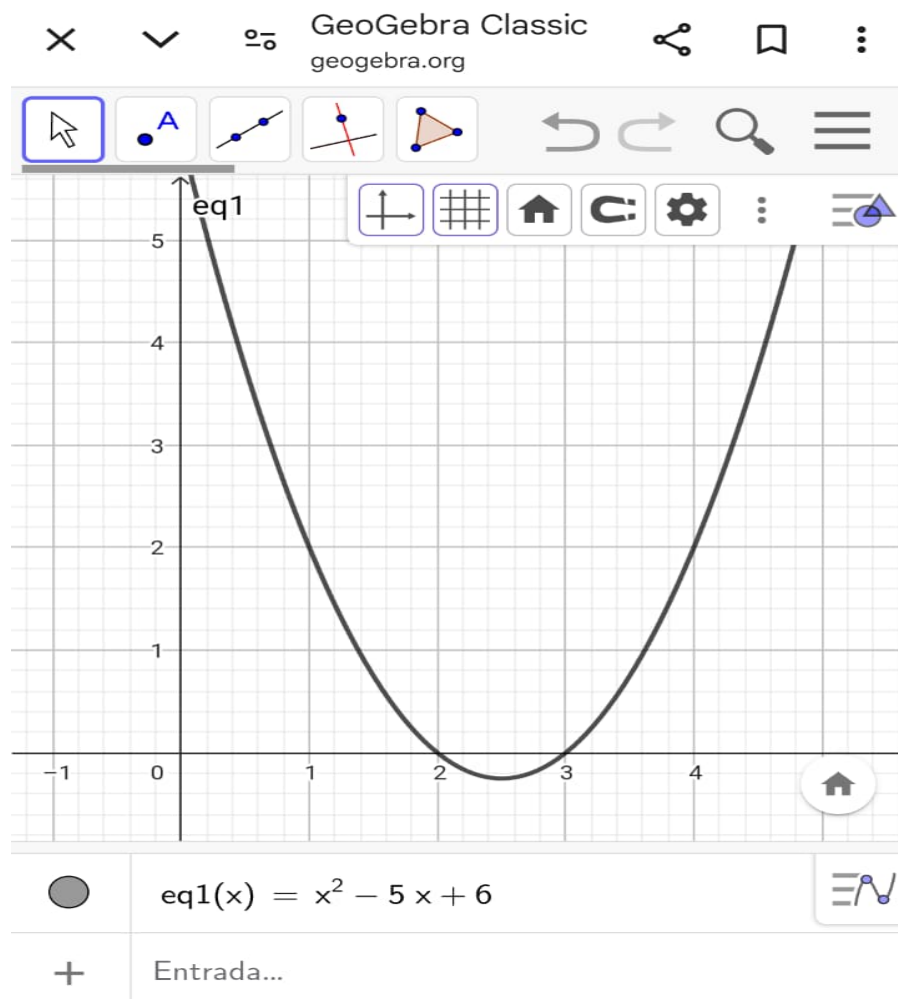
Obtendo as raízes:

$$x_1 = 3, x_2 = 2.$$

O *GeoGebra* pode ser utilizado para demonstrar graficamente a parábola interceptando o eixo x nos pontos $x = 2$ e $x = 3$.

Vejam os a seguir:

Gráfico 11- Gráfico da Equação na interface *GeoGebra*



Fonte: Elaborado pelo autor, (2025)

Esse método interativo facilita a compreensão dos alunos, conforme observado por Borba e Penteadó (2001).

Exercício 5: Problema Aplicado com Equação do Segundo Grau:

Problema: Um objeto é lançado verticalmente e sua altura h (em metros) em função do tempo t (em segundos) é dada pela equação $h(t) = -5t^2 + 20t + 10$. Desejamos saber em que instante o objeto atinge o solo, isto é, quando $h(t) = 0$. Para isso, aplicamos a fórmula quadrática

$$a = -5, b = 20, c = 10$$

Calculamos o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (20)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 10 = 400 + 200 = 600$$

Aplicamos agora a fórmula das raízes:

$$t = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{600}}{2 \cdot (-5)} = -\frac{20 \pm 10\sqrt{6}}{-10}$$

Simplificando:

$$t = -\frac{20 \pm 10\sqrt{6}}{-10} = 2 \pm \sqrt{6}$$

Aproximando:

$$\sqrt{6} \approx 2,45$$

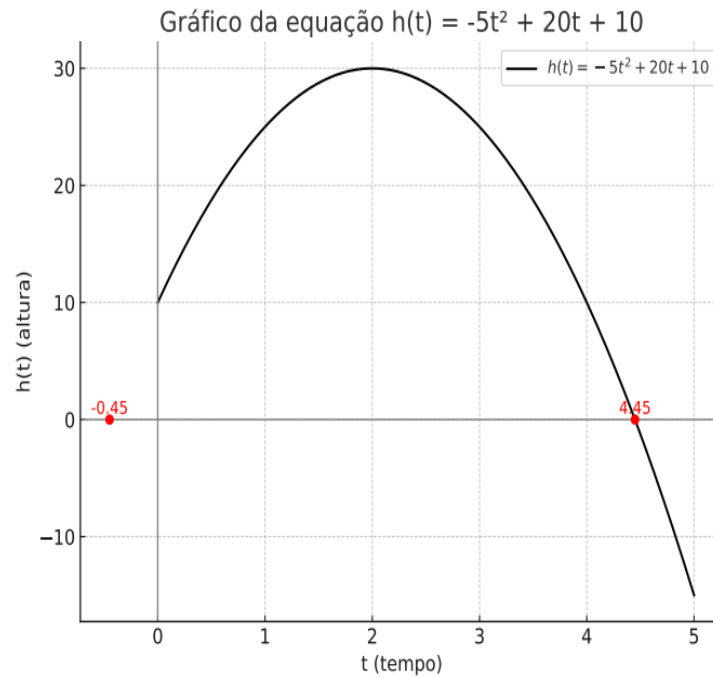
$$t_1 \approx 2 - 2,45 = 0,45$$

$$t_2 \approx 2 + 2,45 = 4,45$$

Resultado: O objeto atinge o solo aproximadamente aos;

$$t \approx 4,45 \text{ segundos.}$$

Observamos no gráfico abaixo que a parábola intercepta o eixo t nesse valor, reforçando a coerência do cálculo. O gráfico foi elaborado com o software *Graphmatica* e demonstra visualmente o comportamento da função de altura no tempo.

Gráfico 12- Equação com a interface *Graphmatica*

A análise desse problema no *Graphmatica* permite observar a trajetória do objeto, favorecendo uma aprendizagem mais contextualizada (Almeida; Valente, 2011).

Exercício 6: Equação com Discriminante Negativo

Problema: Resolva a equação $x^2 + 4x + 5 = 0$.

Solução: Aplicamos a fórmula quadrática:

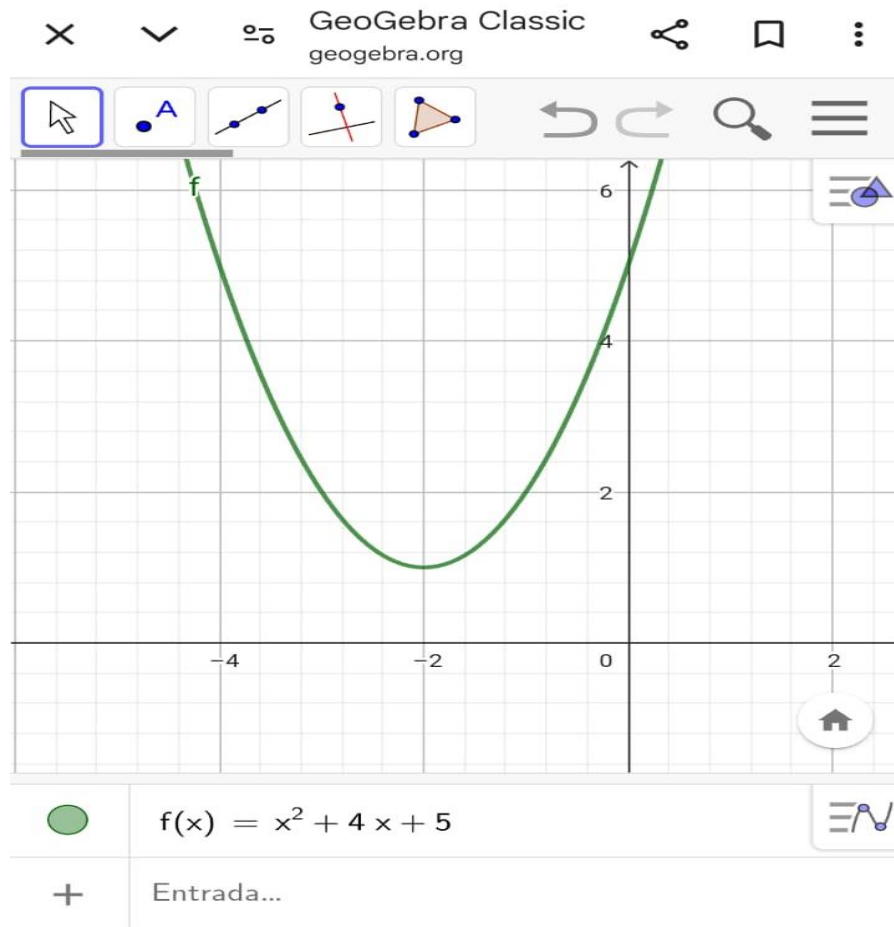
$$x = -4 \pm \frac{\sqrt{4^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

Calculamos o discriminante:

$$\Delta = 16 - 20 = -4.$$

Como Δ é negativo, não há soluções reais. O *GeoGebra* permite visualizar essa equação graficamente, demonstrando que a parábola não intercepta o eixo x , reforçando o conceito de números complexos (Dante, 2010).

Vejamos:

Gráfico 13- Equação da interface *GeoGebra*

Fonte: Elaborada pelo autor, (2025)

Esses exemplos mostram como as equações do primeiro e segundo grau podem ser trabalhadas de forma eficaz em sala de aula. A combinação entre métodos tradicionais e ferramentas digitais proporciona uma abordagem mais interativa e aprofundada do conteúdo. Segundo Moreira (2001), a utilização de softwares matemáticos permite que os alunos desenvolvam autonomia e compreendam melhor a relação entre álgebra e geometria. Assim, a implementação dessas estratégias no ensino contribui significativamente para o aprendizado e o interesse dos estudantes na Matemática.

10. METODOLOGIA

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de natureza qualitativa e de caráter bibliográfico, fundamentado na análise de materiais acadêmicos sobre o ensino das equações do primeiro e segundo grau, bem como na utilização de softwares matemáticos para a facilitação do aprendizado. Segundo Gil (2008), a pesquisa bibliográfica tem como objetivo principal

reunir e analisar referências teóricas sobre um determinado tema, permitindo a construção de um arcabouço conceitual sólido para embasar a investigação.

A pesquisa bibliográfica se justifica pela necessidade de compreender as diferentes abordagens metodológicas utilizadas no ensino das equações do segundo grau e a inserção de tecnologias nesse processo. De acordo com Lakatos e Marconi (2003), a pesquisa bibliográfica é um procedimento indispensável para a formulação de um conhecimento mais aprofundado sobre um tema, permitindo a identificação de diferentes perspectivas teóricas e metodológicas já discutidas na literatura acadêmica, fornecendo uma base sólida para o avanço de novas pesquisas, ela

[...] busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto. (Bocato, 2006, p. 266).

Dessa forma, foram conduzidas pesquisas em artigos e dissertações disponíveis no Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) e no PROFMAT, o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Além disso, foram analisados anais de eventos e artigos presentes em repositórios de diversas instituições. As palavras-chave utilizadas para essas buscas incluíram temas como uso de TICs e TDICs na educação, equação do primeiro e do segundo grau e softwares para o ensino da equação do primeiro e do segundo grau. Além dessas pesquisas, também foram consultados documentos curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Segundo Severino (2017), a pesquisa bibliográfica possibilita ao pesquisador um amplo levantamento de informações, sendo um meio eficaz para revisar criticamente o conhecimento acumulado sobre um determinado assunto e identificar tendências e desafios dentro da área estudada.

O método adotado nesta pesquisa permite a reflexão sobre as dificuldades no ensino das equações do primeiro e segundo grau, bem como a análise das contribuições do uso de softwares como *GeoGebra*, *DR. GEO* e *Graphmatica* para a aprendizagem. Como apontam Yin (2016) e Minayo (2001), a metodologia qualitativa possibilita uma compreensão aprofundada do fenômeno estudado, uma vez que se baseia na interpretação crítica dos dados levantados. Dessa forma, a investigação aqui realizada visa contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficientes e tecnológicas no ensino da Matemática.

11. CONCLUSÃO

A Matemática, ao longo da história, consolidou-se como uma ciência fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Neste trabalho, buscou-se compreender a evolução e o ensino das equações do primeiro e do segundo grau, desde suas origens históricas até suas aplicações no contexto educacional contemporâneo. Por meio de uma abordagem bibliográfica e fundamentada no uso de tecnologias digitais, foi possível analisar como a inserção de softwares matemáticos pode contribuir significativamente para o processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos.

A pesquisa evidenciou que, mesmo sendo conteúdos tradicionalmente trabalhados na educação básica, as equações do primeiro e segundo grau ainda representam um desafio pedagógico relevante. As dificuldades de abstração, somadas às metodologias tradicionais centradas na memorização de fórmulas, frequentemente comprometem a compreensão e a aplicabilidade desses conceitos pelos estudantes.

Nesse cenário, os softwares GeoGebra, DR. GEO e Graphmatica mostraram-se recursos promissores para o ensino da Matemática, especialmente no que diz respeito à visualização de equações e à construção do conhecimento de forma mais interativa e exploratória. Os exemplos e gráficos apresentados demonstraram que essas ferramentas permitem aos alunos manipular parâmetros, observar alterações em tempo real e compreender graficamente os conceitos algébricos. Tal prática contribui para um ensino mais dinâmico e eficaz, conforme defendido por autores como Borba e Penteadó (2001) e Moreira (2001).

Ao longo do trabalho, foram discutidas aplicações das equações, especialmente em situações relacionadas à Física, como o estudo de movimentos uniformemente variáveis, trajetórias parabólicas e relações entre tempo, velocidade e altura. Essas aplicações foram fundamentais para demonstrar que as equações do primeiro e do segundo grau possuem utilidade prática em fenômenos reais, tornando o ensino mais significativo para os alunos. Não foram abordadas, contudo, de maneira efetiva, aplicações em áreas como Economia, Engenharia ou Medicina, razão pela qual tais menções foram excluídas desta conclusão a fim de preservar a coerência entre os objetivos do trabalho e seu desenvolvimento.

As experiências de aplicação dos softwares, documentadas em pesquisas acadêmicas, também apontaram para benefícios como o aumento da motivação dos estudantes, a facilitação da mediação pedagógica e a promoção da autonomia no processo de aprendizagem. Essas vantagens, porém, dependem de uma adequada formação docente e do planejamento pedagógico estruturado para integrar essas tecnologias de forma intencional e significativa.

Conclui-se, portanto, que o uso de softwares matemáticos no ensino das equações do primeiro e segundo grau configura-se como uma estratégia metodológica eficaz e inovadora. Sua adoção, quando combinada a práticas pedagógicas investigativas e contextualizadas, tem o potencial de transformar o processo de ensino da Matemática, promovendo maior engajamento, melhor compreensão conceitual e ampliação das competências lógico-matemáticas dos estudantes.

Como sugestão para futuros estudos, propõe-se a realização de pesquisas empíricas em contextos escolares, de modo a investigar os impactos concretos da adoção desses recursos na aprendizagem dos alunos. Além disso, é recomendável aprofundar a discussão sobre a formação de professores para o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs), com vistas à construção de uma prática pedagógica mais atualizada e eficaz diante dos desafios da educação contemporânea.

REFERENCIAS

- ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011.
- ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e ensino da matemática.** São Paulo: Paulus, 2011.
- AMARAL, L. M. R.; NOGUEIRA, M. S.; MUNHOZ, A. M. **O Uso do GeoGebra no Estudo da Função Quadrática.** 2011. Disponível em: https://repositorio.ifgoiano.edu.br/bitstream/prefix/4112/1/tcc_Marcos%20Victor%20Magalh%C3%A3es%20da%20Silva.pdf. Acesso em: 14 de fev. de 2025.
- BALLESTEROS, J. **História da Matemática: evolução das ideias e grandes matemáticos.** Rio de Janeiro: Zahar, 2006.
- BOCCATO, V. R. C. **Metodologia da Pesquisa Bibliográfica na Área Odontológica e o Artigo Científico Como Forma de Comunicação.** *Revista de Odontologia da Universidade Cidade de São Paulo*, v. 18, n. 3, p. 265-74, 2006.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blücher, 2012.
- BRAGA, M. M. **Ensino da Matemática no Brasil: evolução e tendências.** Campinas: Papyrus, 2006.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2002.
- BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries).** Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CHAVES, M. C.; CARVALHO, J. B. **Dificuldades no ensino-aprendizagem de funções: uma análise a partir da prática docente.** *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 4, n. 8, p. 45-58, 2004.
- D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.
- DANTE, L. R. **Didática da Matemática: uma análise da aprendizagem.** São Paulo: Ática, 2010.
- FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** *Zetetikê*, Campinas, SP, v. 3, n. 4, p. 1-37, 1995.
- FROTA, M. H. B.; BORGES, A. T. **A incorporação de novas tecnologias no ensino de Matemática: desafios e perspectivas.** *Educação Matemática em Revista*, v., 2004.
- GILLINGS, R. J. **Mathematics in the Time of the Pharaohs.** Cambridge: MIT Press, 1972.
- GRAPHMATICA. Disponível em: <http://www.graphmatica.com>. Acesso em: 21 mar. 2025.
- GNU DR. GEO. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/dr-geo/>. Acesso em: 21 mar. 2025.
- HEATH, T. L. **A History of Greek Mathematics.** Oxford: Clarendon Press, 1964.
- HOHENWARTER, M.; JONES, K. **GeoGebra: Software para ensino de matemática.** *Mathematics Education Journal*, 2007.
- JESUS, D. N. de. **O Uso do Software GeoGebra para o Ensino de Função Quadrática.** 2018. Disponível em: <https://www.univates.br/bduserver/api/core/bitstreams/4397b53e-6d35-4fc8-81e9-086ef9c634d4/content>. Acesso em: 14 fev. 2025.
- KATZ, V. J. **A History of Mathematics: An Introduction.** 3. ed. Boston: Addison-Wesley, 2009.

- KLEIN, M. **Matemática: a perda da certeza**. Rio de Janeiro: Zahar, 1972.
- LIMA, E. L. **A Equação do Segundo Grau**. *Revista do Professor de Matemática*, n. 13, IMPA: Rio de Janeiro, 1988.
- LIMA, E. L. **Matemática e suas aplicações**. São Paulo: Atual, 1997.
- LIMA, E. L. **Problemas e Métodos de Ensino**. São Paulo: Atual, 1999.
- LIMA, E. L. **Matemática e Ensino: Reflexões e Práticas**. São Paulo: Atual, 2001.
- LORENZATO, S. O ensino da Matemática e suas dificuldades. Campinas: Papirus, 2006.
- MALBA TAHAN (JÚLIO CÉSAR DE MELLO E SOUZA). **O Homem que Calculava**. 35. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.
- MENDES, I. A. **Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática**. 2001. 283 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.
- MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas**. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008.
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: teoria e pesquisas**. São Paulo: Centauro, 2001.
- PEDROSO, H. A. **Uma breve história da equação do 2º grau**. *Revista Eletrônica de Matemática*, v.2, p.1-13, 2010. Disponível em: <http://matematicajatai.com/rematFiles/2-2010/eq2grau.pdf>. Acesso em: 14 de fev. de 2025.
- PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança**. 5. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1999.
- PÓLYA, G. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 2006.
- RASHID, R. Al-Khwarizmi: **The Beginnings of Algebra**. London: Saqi Books, 1994.
- SENA, M. R.; PIANEZZER, G. A. **A Utilização do Software GeoGebra no Aprendizado das Equações do 2º Grau de Alunos do Ensino Fundamental**. *Caderno Intersaberes*, Curitiba, v. 10, n. 27, p. 39-49, 2021.
- SILVA, D. N. Papiro. **Mundo Educação**, s.d. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/historiageral/papiro.htm>. Acesso em: 14 de fev. de 2025.
- SUZUKI, J. T. F.; RAMPAZZO, S. R. R. **Tecnologias em Educação**. São Paulo: Pearson Education no Brasil, 2009.
- TORNAGHI, A. *et al.* **Tecnologias na escola**. Brasília: MEC, 2006. (Salto para o Futuro).