



Universidade Estadual
da Região Tocantina
do Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E TECNOLÓGICAS - CCENT
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**AS ETNOGEOMETRIAS PRESENTES NAS OBRAS ARQUITETÔNICAS: UM
OLHAR AOS FRACTAIS**

LÍVIA DOS SANTOS SOUSA

Imperatriz - MA, 2024

LÍVIA DOS SANTOS SOUSA

AS ETNOGEOMETRIAS PRESENTES NAS OBRAS ARQUITETÔNICAS: UM OLHAR
AOS FRACTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas, da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, como requisito para obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Milton Lopes Pinheiro

Março de 2024

S725e

Sousa, Lívia dos Santos

As etno geometrias presentes nas obras arquitetônicas: um olhar aos fractais. / Lívia dos Santos Sousa. – Imperatriz, MA, 2024.

71 f.; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – UEMASUL, Imperatriz, MA, 2024.

1. Etnogeometria. 2. Geometria Fractal – Obras Arquitetônicas. 3. Educação matemática. 4. Imperatriz - MA. I. Título.

CDU 514.1

Ficha elaborada pelo Bibliotecário: **Mateus de Araújo Souza CRB13/955**

LÍVIA DOS SANTOS SOUSA

AS ETNOGEOMETRIAS PRESENTES NAS OBRAS ARQUITETÔNICAS:UM OLHAR
AOS FRACTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão, como requisito para a obtenção do grau de licenciada em Matemática.

Aprovada em ____/____/____

Banca Examinadora

Prof. Dr José Milton Lopes Pinheiro
Orientador

Prof. Dr. Yuri Rafael Leite Pereira
Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão

Prof. Me. Clovis Aparecido Caface Filho
Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão

Dedico este trabalho as minhas raízes (família)
e a todos que se dedicam a ensinar e aprender.

Agradecimentos

Aos meus livros que foram minha âncora nos momentos turbulentos, minha fuga nos dias sombrios e minha inspiração nos momentos de dúvida, sou imensamente grata. Vocês me ajudaram a não perder completamente a cabeça (ou perdê-la completamente) e me salvaram de tantas maneiras que eu nunca poderia expressar completamente em palavras.

A minha família, pela paciência e compreensão quando precisei do silêncio de vocês para ter que estudar. Em especial gostaria de agradecer ao meu irmão e meu pai, por me ensinarem que existe um ritmo específico para se andar sozinha no mundo, obrigada por serem o “galinho” da minha árvore genealógica.

Aos meus amigos por entenderem minha jornada exaustiva, cheia de inícios, pausas e uma ausência considerável ao longo dos anos, vocês são a definição de constante matemática na minha vida. Gostaria de agradecer também aos meus amigos de turma, vocês são/foram importantes para meu crescimento acadêmico, o apoio de vocês foi/é inestimável, nos encontraremos novamente como futuros colegas de profissão.

Aos meus professores, que literalmente me ensinaram tudo que eu sei, obrigada pelo apoio, vocês me fizeram amar e compreender a docência.

Ao meu professor José Milton, por ser a completa definição de orientador. Obrigada por dar vida aos meus projetos, obrigada por nunca me dizer que era impossível, obrigada por nunca em hipótese alguma me abandonar durante o processo de escrita. O Senhor é capaz de coisas extraordinárias.

A Benoit Mandelbrot por me ensinar a ver o mundo de uma maneira diferente (fractal).

“Depois de escolher uma aula, você escolhia uma disciplina; depois de escolher uma disciplina você escolhia uma carreira; e depois de escolher uma carreira você escolhia uma vida; e como é que alguém poderia fazer isso quando só tem uma vida?”

V.E. Schwab

Resumo

Este estudo surge da convergência entre duas áreas de pesquisa distintas: a Etnomatemática e a Geometria Fractal, originando assim a Etnogeometria Fractal. O objetivo é investigar a presença de fractais em diferentes culturas, especialmente em sua arquitetura. A pesquisa é conduzida qualitativamente, utilizando uma abordagem bibliográfica e um método fenomenológico, com análise dos dados através das perspectivas da Análise Ideográfica e Nomotética. O movimento investigativo permitiu a constituição de três Núcleos de Compreensão, com os quais foi possível articular sobre a presença que é questionada na pergunta de pesquisa, sendo eles: A Etnogeometria fractal expressas em obras arquitetônicas espontâneas da antiguidade; A Etnogeometria fractal expressa em obras arquitetônicas, design, cidades e paisagens naturais contemporâneos e A Etnogeometria fractal como construção de conhecimentos interdisciplinares na arquitetura e em sala de aula usando tecnologia. Esses núcleos de compreensão se intersectam, destacando a importância da Etnogeometria Fractal como um campo de estudo que transcende fronteiras temporais e culturais. A análise desses padrões fractais na arquitetura e na natureza pode fornecer insights valiosos para o entendimento da relação entre cultura, geometria e percepção visual, além de contribuir para uma abordagem mais holística e interdisciplinar no ensino e na prática da matemática.

Palavras-chave: Etnogeometria. Geometria Fractal. Obras Arquitetônicas. Educação Matemática.

Abstract

This study emerges from the convergence of two distinct research areas: Ethnomathematics and Fractal Geometry, thus giving rise to Fractal Ethnogeometry. The aim is to investigate the presence of fractals in different cultures, particularly in their architecture. The research is conducted qualitatively, employing a bibliographic approach and a phenomenological method, with data analysis through the perspectives of Ideographic and Nomothetic Analysis. The investigative movement has led to the constitution of three Cores of Understanding, with which it was possible to articulate the presence questioned in the research question, namely: Fractal Ethnogeometry expressed in spontaneous architectural works of antiquity; Fractal Ethnogeometry expressed in architectural works, design, contemporary cities, and natural landscapes; and Fractal Ethnogeometry as the construction of interdisciplinary knowledge in architecture and in the classroom using technology. These cores of understanding intersect, highlighting the importance of Fractal Ethnogeometry as a field of study that transcends temporal and cultural boundaries. The analysis of these fractal patterns in architecture and nature can provide valuable insights into understanding the relationship between culture, geometry, and visual perception, as well as contribute to a more holistic and interdisciplinary approach in mathematics education and practice.

Keywords: Ethnogeometry. Fractal Geometry. Architectural Works. Mathematics Education

Lista de quadros

Quadro 1 – Teóricos que encontraram estruturas fractais antes da computação gráfica	18
Quadro 2 – Diferenças entre Geometria Euclidiana e Geometria Fractal	19
Quadro 3 – Classificação dos fractais em lineares e não lineares	30
Quadro 4 – Algumas obras arquitetônicas construídas (projetadas) usando estruturas fractais	31
Quadro 5 – Relações de artigos, teses, monografias e dissertações para análise da presença da Etnogeometria fractal	40
Quadro 6 – Modos de Presença da Etnogeometria fractal nos trabalhos com obras arquitetônicas	50
Quadro 7 – Organização dos Núcleos de Compreensão	51

Lista de figuras

Figura 1 – Conjunto de Benoit Mandelbrot	20
Figura 2 – Curva de Karl Weierstrass	20
Figura 3 – Conjunto de Georg Cantor	21
Figura 4 – Curva de Giuseppe Peano (Curva de Peano)	21
Figura 5 – A Curva de Von Koch	22
Figura 6 – Modelo de corte de pulmão	22
Figura 7 – Triângulo de Sierpinski (Junta de Sierpinski)	23
Figura 8 – Conjunto de Julia (desenho ilustrativo)	23
Figura 9 – Curva de David Hilbert (Curva de Hilbert)	24
Figura 10 – Desenho ilustrativo das crateras da lua (estrutura fractal)	25
Figura 11 – Desenho ilustrativo da organização das galáxias de Mandelbrot.....	25
Figura 12 – Ilustração do relevo terrestre (estrutura fractal)	26
Figura 13 – Aproximação na ilustração da planta samambaia em três escalas	27
Figura 14 – Aproximação na ilustração da Curva de Von Koch	28
Figura 15 – Estrutura fractal exibida na construção do Templo Kandariya Mahadeva (Índia)	29
Figura 16 – Estrutura fractal exibida no cubo de gelo da arena das Olimpíadas de Pequim –2008	29
Figura 17 – Vista do Império de Benin (Daomé)	33
Figura 18 – Vista superior da vila de Logone Birni	33
Figura 19 – Vista superior do palácio real – vila de Birni	33
Figura 20 – Vista superior da vila de Ba-ila (Zâmbia)	34
Figura 21 – Arquitetura das aldeias Kirdi	35
Figura 22 – Vista superior da aldeia de Songhai Labbezanga	36
Figura 23 – Vista superior da cidade de Banyo	37
Figura 24 – Vista frontal do templo hindu Rajanari	38
Figura 25 – Torre Eiffel (Gustave Eiffel)	38
Figura 26 – Estrutura fractal da vila de Ba-ila (organização da vila)	52
Figura 27 – Avenida Passeig (azulejos com padrões geométricos complexos	56
Figura 28 – Rua Lombard Street (São Francisco)	57
Figura 29 – Marina Bay Sands	57
Figura 30 – One World Trade Center	58
Figura 31 – O Museu Guggenheim de Bilbao	60
Figura 32 – Burj Khalifa	61
Figura 33 – Museu de Arte Contemporânea de Nanjing	62
Figura 34 – Simmons Hall	62

Sumário

Introdução	13
Contextualizando a Etnomatemática e a Etnogeometria	14
Contexto histórico da Geometria Fractal	17
Exemplificando os fractais	20
Particularidades e definições dos fractais.....	26
Arquitetura e Estruturas Fractais.....	30
✓ <i>Daomé (Império de Benin)</i>	32
✓ <i>Aldeia Logone Birni</i>	32
✓ <i>Vila de Ba-ila</i>	34
✓ <i>Aldeias da etnia Kirdi – Mokoulek</i>	35
✓ <i>Aldeia de Songhai Labbezanga</i>	36
✓ <i>Cidades de Banyo</i>	36
✓ <i>Templo Hindu Rajarani</i>	37
✓ <i>A Torre Eiffel</i>	38
Metodologia e procedimentos de pesquisa.....	39
Descrição e análise dos dados: tecendo compreensões sobre a pergunta de pesquisa	40
Considerações finais.....	66
Referências.....	69

Introdução

A Etnomatemática é apresentada por D'Ambrosio (2016) como sendo as diferentes técnicas e compreensões sobre fazer matemática, bem como sobre ensinar em ambientes naturais, culturais e sociais, não se limitando apenas à Matemática Ocidental, mas, considerando e valorando as diferentes culturas matemáticas desenvolvidas por diferentes povos. Com isso, entende-se aqui a relevância da Etnomatemática bem como sua complexidade, por ir de encontro ao sistema de ensino que sobrepõe uma matemática a todas as outras, impondo uma concepção de universalidade balizada pela Matemática Europeia, definida por D'Ambrosio (2016) como uma entre as muitas etnomatemáticas.

A concepção de etnomatemáticas, de modo mais específico pode ser direcionada a temas e a conteúdos, como é o caso da Geometria, que sob fundamentação da Etnomatemática pode ser dita Etnogeometria, um campo de conhecimento que vai de encontro a atividade de Galileu, que ao abraçar a tese de figuras exatas nascidas de uma pretensa obviedade obtida pela Lógica, deixou às margens toda a intuitividade da agrimensura prática, que precedeu a geometria antiga (Detoni, Pinheiro, 2017). Essa intuitividade foi direcionada ao longo do tempo às questões espaciais, estas que foram se desenvolvendo de diferentes maneiras nas diferentes culturas; os triângulos, a circunferência e outras figuras geométricas agora instituídas são meras palavras sem os meios (espaços) naturais e culturais sobre os quais se desenvolveram e se desenvolvem todo e qualquer conhecimento humano.

Esses conhecimentos, antes de serem instituídos objetos matemáticos, doam-se às pessoas no cotidiano, numa etnogeometria vivenciada; ser no mundo é espacializar, ou seja, ocupar-se da espacialidade, se movendo, e movendo o que nela se apresenta, seguindo, ou não, uma lógica de movimento. Nesse fazer cotidiano também se aprende, desenvolve-se conhecimentos que aqui se entende serem etnogeométricos, estes que, muitas vezes, não são permitidos nas escolas, por nelas se priorizar o que está nos livros e manuais, que se balizam desde as primeiras escolas no Brasil pela matemática europeia.

Sob fundamentação da Etnogeometria quer-se focar, aqui, a Geometria Fractal. “Os fractais são formas geométricas que repetem sua estrutura em escalas cada vez menores” (Stewart, 1996, p. 12). Por exemplo, O Triângulo de Sierpinski - também chamado de Junta de Sierpinski – “é uma das formas elementares da Geometria Fractal por apresentar algumas propriedades, tais como: ter tantos pontos como o do conjunto dos números reais; ter área igual a zero; ser auto-semelhante (cada uma de suas partes é idêntica ao todo); não perder a sua definição inicial à medida que é ampliado” (Araujo et al, 2020, p. 288).

De acordo com English (2007) a geometria dos fractais explica fenômenos naturais, a autossimilaridade presente na natureza e nas construções humanas, como na arquitetura, esta que vem se reconfigurando historicamente. É com foco na arquitetura, sob fundamentação da Etnogeometria que esta pesquisa será realizada. Os fractais na arquitetura não são entes isolados em si, ou meramente itens decorativos, eles expõem ideias, características, noções de estética, de design, que variam de cultura para cultura, estas que se constituem de conhecimentos geométricos relacionados ao espaço natural e social de cada povo.

Diante dessa temática quer-se compreender aqui, *como a etnogeometria fractal se faz presente na arquitetura realizada por diferentes povos?* Para tanto, realiza-se uma pesquisa qualitativa, de cunho bibliográfico, buscando e articulando compreensões expressas por pesquisadores que atuam nas áreas da Etnomatemática e da Arquitetura, que focam os fractais. O entrelaçamento entre Etnomatemática, Arquitetura e Fractais constitui o fenômeno desta pesquisa, qual seja: *a Etnogeometria Fractal expressa na arquitetura*, sendo que a etno explicita que o olhar investigativo estará voltado a diferentes culturas arquitetônicas.

Contextualizando a Etnomatemática e a Etnogeometria

Segundo D'Ambrosio (2016), embora se tenha a Matemática como uma ciência constituída na e pela diversidade de culturas, ela é ensinada de modo universalizado. Adere-se em todo o mundo o ensino de Matemática sob um modelo socioeconômico e político único e sistemas de ensino praticamente iguais. Esses sistemas se consolidam por disciplinas, e entre elas está a Matemática, que se define como ciência universal, ensinada sob as mesmas bases teóricas, mesmo em realidades socioculturalmente distintas.

Ao atribuir à Matemática e ao seu ensino um caráter universal, seja considerando o mundo ou o universo de um país, como por exemplo o Brasil, entende-se que há uma série de problemas conceituais que possam ocorrer. Questões como números, formas, medidas, inferências (muitas delas correlatas à Geometria) são categorias do pensamento que aparecem em todas as culturas, porém, se diversificam e se ampliam ao se evidenciarem nessas culturas como modos, maneiras e estilos de explicar, de conhecer e de lidar com a realidade.

Quando desprezada esta diversidade para fazer valer ideias, conhecimentos e um ensino universal, há um movimento de sobreposição e subjugação do que nasce na naturalidade das vivências de um povo, impõe-se a ele o diferente, sem valorizar ou agregar o que conhece, o que produz historicamente como verdade. Se não se compreende outros modos de ser do

conhecimento, “há um movimento de exclusão, implicando em deslegitimação das práticas sociais, do fazer e da percepção, que são primados de todo e qualquer conhecimento humano, dentre os quais os chamados conhecimentos matemáticos” (Lima Junior et al., 2021, p. 4).

Indo de encontro a esse movimento de exclusão e subjugação de culturas, Ubiratan D’Ambrosio tematizou a Etnomatemática, compreendida como por como sendo “a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais e imaginários” (D’Ambrosio, 1998, p. 5), que defende a valorização de conhecimentos e culturas matemáticas de distintos povos. A Etnomatemática é, então, a matemática de uma determinada civilização, na cultura de um grupo etno, sendo feita e refeita a todo instante em distintos lugares (Barbosa, 2009).

D’Ambrosio faz o primeiro registro do termo Etnomatemática no ano de 1985, em seu livro *Etnomathematics and its Place in the History of Mathematic*, mas já o havia citado no ano de 1978 em uma conferência na Reunião Anual da Associação Americana para o Progresso da Ciência (Barbosa, 2009).

Para D’Ambrosio (1998) a Matemática não é única e de um povo só, ela é o produto de ideias que foram se firmando ao longo de séculos. Através de estudos como o de D’Ambrosio podemos aprender a valorar o pensar matemático de outros povos, sem sobrepor técnicas de ensinamentos umas às outras, mas sim apreciando cada uma delas.

A Etnomatemática surge, então, de “inconformidades” com os saberes matemáticos de uma determinada cultura, que são descartados por não irem ao encontro do sistema de ensino habitual. D’Ambrosio (2016) destaca que é importante sermos receptivos à diversidade das matemáticas, uma vez que, a própria Matemática ocidental é uma entre as muitas etnomatemáticas. Essa concepção de etnomatemáticas pode ser redirecionada a temas e conteúdo, como é o caso da Geometria, que sob fundamentação da Etnomatemática pode ser chamada Etnogeometria, cuja discussão é pautada neste trabalho.

A Etnogeometria é um campo de conhecimento que vai de encontro à atividade de Galileu, que ao abraçar a tese de figuras exatas nascidas de uma pretensa obviedade obtida pela Lógica deixou às margens toda a intuitividade de agrimensura prática, que precedeu a geometria antiga (Detoni, Pinheiro, 2017). Essa intuitividade passou a ser direcionada ao longo do tempo às questões espaciais que foram desenvolvendo-se de distintas maneiras em diferentes culturas; os triângulos, a circunferência e todas as outras figuras geométricas são meras palavras sem os espaços naturais e culturais sobre os quais se desenvolveram e se desenvolvem todo e qualquer conhecimento humano. Esses conhecimentos, antes de serem instituídos objetos matemáticos,

doam-se às pessoas no cotidiano, em etnogeometrias vivenciada; ser no mundo é espacializar, ou seja, ocupar-se da espacialidade, se movendo, e movendo o que nela se apresenta, seguindo, ou não, uma lógica de movimento.

Nesse fazer cotidiano também se aprende e desenvolvem-se conhecimentos que se entendem serem etnogeométricos, estes que, muitas vezes não são permitidos nas escolas, por nelas se priorizar o que está nos livros e manuais, que se balizam desde as primeiras escolas no Brasil pela matemática europeia. Dito isso, é importante que se desenvolvam pesquisas que visem o estudo aqui focado, uma vez que, a etnogeometria sob fundamentação da Etnomatemática oportuniza isso.

É importante destacar que o termo Etnogeometria aparece em estudos de Paulo Gerdes, onde este trás contribuições à história da matemática, e conseqüentemente a Etnomatemática. D' Ambrosio (1998) afirma que os estudos de Paulo Gerdes sobre Etnogeometria possibilitam a reconstrução do conhecimento geométrico esquecido ao longo do tempo, tornando-se complementar aos estudos realizados sobre Etnomatemática atualmente.

Gerdes (2012), explica que o termo Etnogeometria é uma expressão utilizada pelo professor Donal Crowe da Universidade de Wisconsin para caracterizar o seu trabalho sobre investigação geométrica em culturas distintas. A partir desta menção ao termo Etnogeometria, Gerdes passou a publicar mais trabalhos abordando o assunto de forma reflexiva, buscando resgatar valores culturais de povos distintos a partir da geometria.

Rios (2000, p. 3) explica que a “Etnogeometria é parte intrínseca da experiência cotidiana do homem e de seu ambiente natural”, sendo o material que inspira a Etnomatemática, ao estudar a história a partir da Geometria.

Entendendo que a Etnogeometria se firma nas concepções etnomatemáticas, Rios (2000) enfatiza que ela analisa o aspecto cultural de diferentes povos, buscando a geometria presente em diferentes aspectos das civilizações, nessa conjuntura, discorreremos então no próximo tópico um pouco sobre a Geometria fractal que se firma na Etnogeometria.

Partindo do pressuposto de que a “etnogeometria pode ser entendida como a Etnomatemática particularizada a conteúdos geométricos” (Costa, 2020, p.11) quer-se focar, aqui a Geometria Fractal, que sob fundamentação da Etnogeometria objetiva o estudo dos fractais. English (2007) nos diz que a geometria dos fractais explica fenômenos naturais, a autossimilaridade presente na natureza e nas construções humanas, como na arquitetura, esta que vem se reconfigurando historicamente. É com foco na arquitetura, sob fundamentação da

Etnogeometria que esta pesquisa será realizada, para isso, algumas definições se fazem importantes.

Contexto histórico da Geometria Fractal

Segundo Roque (2012), a história dos números não possui um ponto de partida que possa ser datado, pois as fontes de pesquisas que restaram são fragmentos de um todo amplo e complexo. Nessa conjuntura, percebemos que a História da Matemática não dá conta de todas as realizações. A história da Geometria, por exemplo, está entrelaçada à história da Matemática, já que os registros que conseguimos ainda obter estão nas próprias construções que trespassam séculos.

O Conhecimento geométrico surge da necessidade que provinha de inundações e da eficácia de ergue-se construções mais elaboradas. A partir disso a Geometria começou a ganhar forma, com nomes importantes dentre os quais Euclides de Alexandria, cujo livro *Elementos* é base para estudos geométricos atuais (Souza, 2019).

É notório esclarecer que a Geometria Euclidiana não explicava outras formas que surgiam; as propriedades geometrias de Euclides não conseguiam explicar toda figura, ou espaço como perfeitos e regulares (Souza, 2019), o que levou ao estudo e constituição de geometrias não-euclidianas, sob trabalho árduo de muitos matemáticos ao longo dos anos. Desde a Antiga Grécia eram considerados que o espaço matemático teria apenas três dimensões, mas com o tempo foi-se compreendendo e explicitando as n dimensões do espaço matemático (Souza, 2019), que por consequência permitiu a constituição de outras geometrias, dentre as quais a Geometria Fractal (GF).

Assis et al (2008) afirmam que a *dimensão* fractal, ao contrário das geometrias de Euclides não possuem um valor inteiro, que será aqui representada por D , onde “esta é a medida do grau de irregularidade e de fragmentação” (Mandelbrot, 1998. p. 14). Agora temos valores fracionários, onde podemos representar o grau de ocupação da estrutura fractal no espaço que a envolve. A dimensão fractal pode ser uma fração simples como $D = \frac{1}{2}$ ou $D = \frac{5}{3}$, ou mesmo números do conjunto dos irracionais como $D = \frac{4}{\log 3}$ ou π . Compreende-se que existiam certas situações que ainda eram desconhecidas para os estudiosos da época anterior a computação gráfica no que diz respeito aos fractais, é importante frisar que o termo fractal ainda era desconhecido pelos teóricos dessa época. Expomos no Quadro 1 alguns teóricos que

encontraram estruturas fractais em suas épocas, e só foram avançar em pesquisa anos depois, com a ajuda da computação gráfica.

Quadro 1 – Teóricos que encontraram estruturas fractais antes da computação gráfica

Teóricos	Ano	Nome do fractal
Karl Weierstrass	1861	Curva patológica
Georg Cantor	1883	Conjunto de Cantor ou Poeira de Cantor
Giuseppe Peano	1890	Curva de Peano ou curva que preenche o espaço
Helge Von Koch	1904	Ilha de Koch ou Floco de neve de Koch
Waclaw Sierpinski	1916	Triângulo de Sierpinski ou Junta de Sierpinski
Gaston Julia	1918	Conjunto de Julia
David Hilbert	1981	A curva de Hilbert

Fonte: autora

Karl Weierstrass (1815 – 1897) encontrou uma função contínua que de acordo com Souza (2019) não era diferenciável em nenhum ponto. Helge Von Kock (1870 – 1924) inconformado com as definições de Karl, estudou de maneira geométrica uma função similar, cujo o nome é conhecido atualmente como o Fractal de Neve de Kock. Waclaw Sierpinski (1882 – 1969) estudou o fractal chamado de Triângulo de Sierpinski. Já Gaston Julia (1893 – 1978) estudou os processos iterativos de funções racionais com as quais encontrou um fractal, nomeado posteriormente como conjunto de Julia.

Os sistemas complexos dinâmicos estimularam matemáticos como Henri Poincaré (1854 – 1912), Pierre Fatou (1878 – 1929) e os já citados no Quadro 1 a continuarem seus estudos com os objetos fractais (Sedrez, 2016). No entanto, somente no ano de 1970 com o surgimento dos computadores e os recursos gráficos que Mandelbrot começou a representar essas estruturas, que antes eram postas apenas em teoria.

No ano de 1975 o matemático polonês Benoit Mandelbrot (1924 – 2010) identificou que esses novos objetos geométricos, que não cabiam às definições da Geometria Euclidiana, iam ao encontro a um novo ramo, denominado Geometria Fractal, conceituada por Mandelbrot (1998, p. 207) como “O estudo de diversos objetos, tanto matemáticos como naturais, que não são regulares, mas rugosos, porosos, ou fragmentados, sendo-o no mesmo grau em todas as escalas”.

Estudar a Geometria Fractal é uma maneira de se entender o quão complexa a natureza pode ser (Sedrez, 2016). Segundo Mandelbrot (1998, p. 18) a Geometria Fractal pode ser caracterizada por duas escolhas:

[...] a escolha de problemas no seio do caos da natureza, uma vez que descrever todo o caos seria uma ambição sem esperança e sem interesse, e a escolha de ferramentas no seio das matemáticas, pois procurar aplicações das matemáticas pelo simples facto de serem belas acabou sempre por causar dissabores.

Mandelbrot (1998) afirma que essas duas escolhas possibilitam o amadurecimento de ideias e a criação de algo completamente novo, saindo da ordem de Euclides e adentrando a ordem fractal. Dito isso, Salinas (1999) enfatiza que a educação matemática, especialmente do Ensino Básico, se encontra direcionada à Geometria de Euclides, não tendo espaço para a Geometria Fractal nos livros didáticos e nem nos conteúdos escolares, sendo que esta deveria ser explorada como forma de aprendizagem dentro do universo de conhecimentos que existem.

É com o intuito de apresentarmos conhecimentos de diferentes ângulos, focando os fractais nas diferentes culturas arquitetônicas que justificamos a presença da Etnomatemática no trabalho.

No Quadro 2 conseguimos exibir algumas das diferenças entre a Geometria Euclidiana e a Geometria Fractal.

Quadro 2 – Diferenças entre Geometria Euclidiana e Geometria Fractal

Geometria Euclidiana	Geometria Fractal
Clássica (2000 anos)	Relativamente moderna (48 anos)
Baseada em tamanhos e escalas	Sem tamanho ou escala
Adaptável a objetos feito pelo homem	Apropriada para formas naturais e adaptável a construções feitas pelo homem
Descrita por fórmulas, postulados, axiomas e teoremas.	Descrita por algoritmos
Dimensão inteira	Dimensão fracionaria

Fonte: Adaptado de Sedrez (2016).

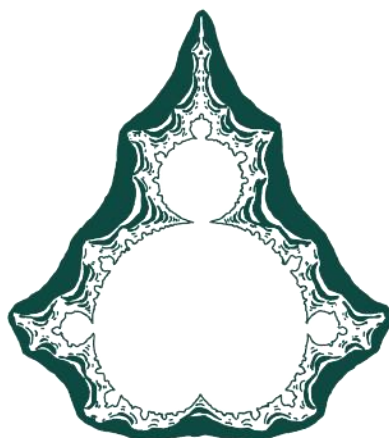
É importante frisar que somente o Quadro 2 não é suficiente para reunir informações de um parecer geral, mas, como dito, é de interesse do leitor pesquisar profundamente sobre tal abordagem, já que não é o foco desta pesquisa.

Barbosa (2009) explica que Benoit definiu o termo fractal no idioma latim, onde *fractais* significa quebrar, ocasionado fragmentos irregulares e, em função disso, o termo hoje conhecido como fractal foi originado. Podemos dizer então que “Os fractais são formas geométricas que repetem sua estrutura em escalas cada vez menores” (Stewart, 1996, p. 12). Os objetos fractais ficaram mais visíveis com o avanço da ciência por séries de imagens ou modelos cada vez mais realistas, favorecendo agora as pesquisas com o auxílio da computação (Mandelbrot, 1998).

Exemplificando os fractais

Começemos a discorrer um pouco sobre o Conjunto de Mandelbrot; o primeiro fractal por séries de imagens realistas utilizando-se da computação, como exibido na Figura 1.

Figura 1 – Conjunto de Benoit Mandelbrot.

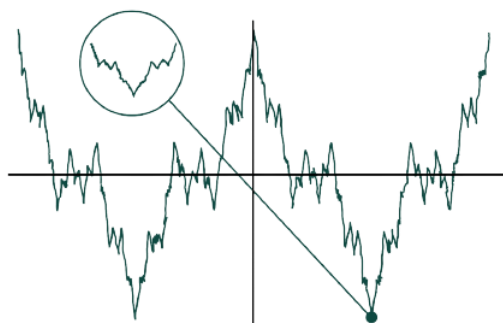


Fonte: Mandelbrot (1998, p. 259). Adaptado pela autora.

Ao observarmos a Figura 1 conseguimos identificar características fractais que foram ressaltadas anteriormente, como por exemplo, a irregularidade e a autossimilaridade do conjunto de Mandelbrot. Este foi o primeiro objeto fractal cujo a imagem poderia agora ser associada a teoria, proporcionando que os estudos antes inacabados prosseguissem.

Karl Weierstrass (1815 – 1897) foi um matemático, estudioso dos fractais, cujas contribuições ajudaram com os estudos atuais. Karl foi o responsável por encontrar uma função cujas características pertenciam aos estudos da Geometria Fractal, como exibido na Figura 2, que segue.

Figura 2 – Curva de Karl Weierstrass



Fonte: Autora

Anos mais tarde Georg Cantor (1845 – 1918), estudioso e pioneiro nos estudos de Teoria de Conjuntos, se voltou aos fractais. O Conjunto de Cantor, como é conhecido, é um objeto fractal cujo o elemento gerador é subtrativo, onde divide-se o segmento de reta inicial em três partes iguais e despreza-se o segmento central. Essa repetição torna-se infinita, ressaltando outra característica fractal, tal como expressa a Figura 3.

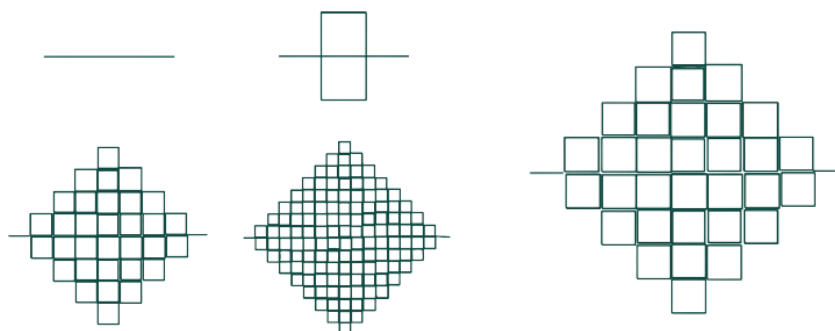
Figura 3 – Conjunto de Georg Cantor



Fonte: Mandelbrot (1998, p. 72). Adaptado pela autora.

Outra forma de verificamos as características dos fractais é através da Curva de Giuseppe Peano (1858 – 1932). De acordo com Barbosa (2009), Peano aprofundou seus estudos em noções de continuidade e dimensão, apresentando resultados de uma curva cuja superfície era plana quadrangular, conforme exposto na Figura 4. A expressão “Curva de Peano” é aplicada genericamente a toda uma família de curvas que desempenham um papel importante nos conceitos de dimensão topológica, possibilitando uma ilustração entre topologia e fractal (Mandelbrot, 1998).

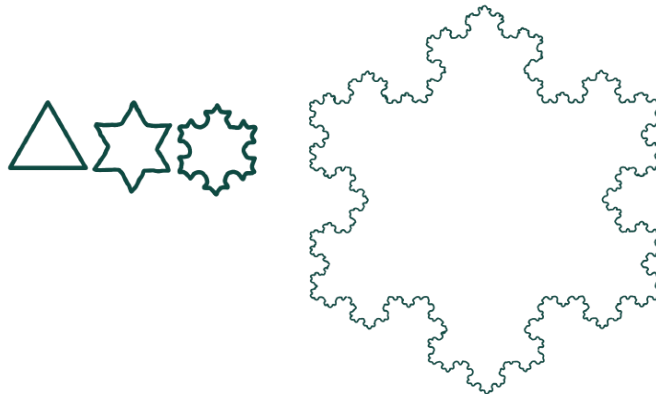
Figura 4 – Curva de Giuseppe Peano (Curva de Peano)



Fonte: Mandelbrot (1998, p. 51). Adaptado pela autora.

Helge Von Koch (1870 – 1924) foi um matemático de origem polonesa, que contribuiu para a teoria da Geometria Fractal com a descoberta de sua curva. A Curva de Von Koch ou ilha de Von Koch apresentado na Figura 5, é um exemplo de curva contínua.

Figura 5 – A Curva de Von Koch



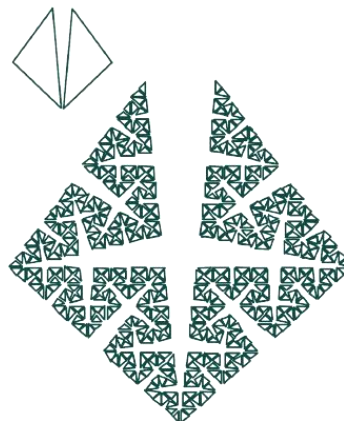
Fonte: Mandelbrot (1998, p. 45). Adaptado pela autora.

De acordo com Mandelbrot (1998, p.44) a Curva de Von Koch:

[...] parte de uma ilha em forma de triângulo equilátero. Em seguida, o terço central de cada um dos lados de comprimento unitário é substituído por um cabo em forma de triângulo, cujo lados medem um terço. Obtemos assim um hexágono regular ou estrela de David, cujo perímetro tem um comprimento de 4 unidades. Repete-se o procedimento para cada um dos 12 lados, e assim sucessivamente.

Como dito, a ilha de Von Koch é inscrita dentro de um hexágono regular convexo apresentando características de um fractal, quando construída. A Curva de Koch apresenta variantes em sua construção, como por exemplo, o modelo de um corte de pulmão exibido na Figura 6 onde percebemos a autossimilaridades dos fractais quando o órgão estabelece contato íntimo entre o ar e o sangue.

Figura 6 – Modelo de corte de pulmão

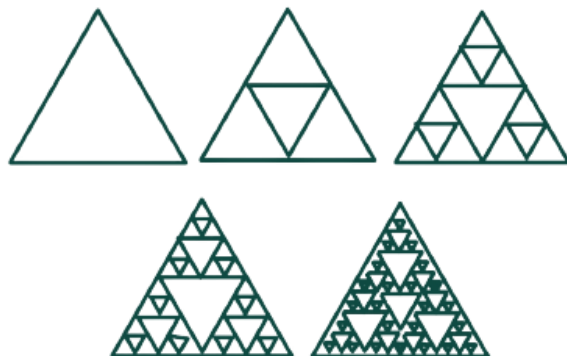


Fonte: Mandelbrot (1998, p. 49). Adaptado pela autora.

O Triângulo de Sierpinski - também chamado de Junta de Sierpinski – “é uma das formas elementares da GF por apresentar algumas propriedades, tais como: ter tantos pontos

como o do conjunto dos números reais; ter área igual a zero; ser auto semelhante (cada uma de suas partes é idêntica ao todo); não perder a sua definição inicial à medida que é ampliado” (Araujo et al, 2020, p. 288). Como podemos observar na Figura 7.

Figura 7 - Triângulo de Sierpinski (Junta de Sierpinski).



Fonte: sferrero Bravo.wordpress.com. Adaptado pela autora.

Gaston Maurice Julia (1893 – 1978) e Pierre Joseph Louis Fatou (1878 - 1929) foram dois estudiosos que desenvolveram pesquisas com funções racionais, cujos resultados obtidos cabiam à Geometria Fractal, Gaston Julia encerrou os estudos e posteriormente recebeu como título de seu nome um fractal, o conjunto de Julia exposto na Figura 8.

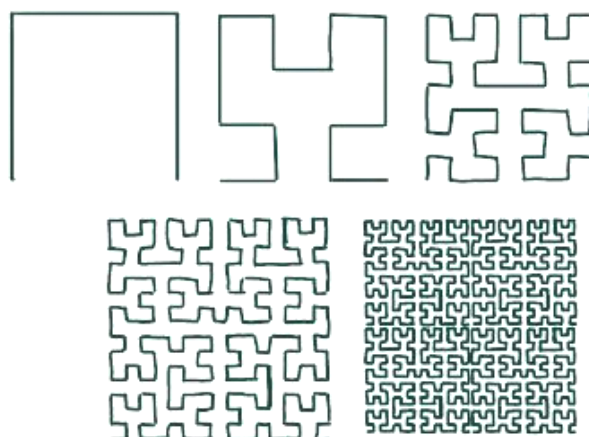
Figura 8 – Conjunto de Julia (desenho ilustrativo)



Fonte: Mandelbrot (1998, p. 255). Adaptado pela autora.

David Hilbert (1862 – 1943) apresentou suas contribuições aos fractais de acordo com as ideias de Peano já citadas acima. De acordo com Barbosa (2009), Hilbert apresentou uma curva em superfície quadrangular onde cada quadrado seguia um padrão de repetição igual ao inicial, ressaltando a autossimilaridade dos fractais como explicito na Figura 9.

Figura 9 – Curva de David Hilbert (Curva de Hilbert)

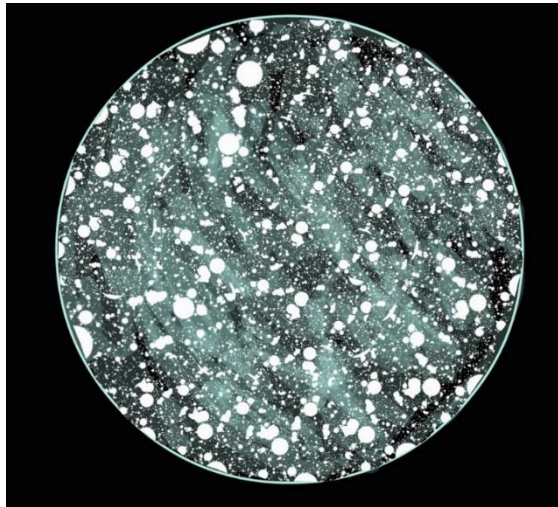


Fonte: mkweb.bcgsc.ca. Adaptado pela autora.

As exemplificações fractais exibidas nas figuras acima são resultados de estudos no âmbito da Geometria Fractal, nos quais se conseguiu com o auxílio de imagens (desenhos) gráficas visualizar fractais que antes existiam apenas na teoria. Segundo Barbosa (2009) a Geometria dos Fractais nos propicia interpretar os fenômenos caóticos que existem no mundo, no entanto, é importante destacar que o universo natural não exhibe fractais (representações gráficas) e sim estruturas fractais, termo que adotaremos a partir de agora e explicaremos a seguir. Desse modo, o universo natural revela estruturas fractais em plantas, na arte, nos fenômenos naturais, em modelos do relevo terrestre, em construções arquitetônicas, ruas e cidades, no corpo humano e em galáxias, assim como em outros espaços e objetos. Exibiremos algumas ilustrações gráficas dos exemplos citados a cima, uma vez que, quanto mais familiarizado com estruturas fractais o leitor tiver melhor conseguirá identificar as mesmas nas obras arquitetônicas.

Mandelbrot (1998) explica que a lua é composta por crateras lunares, impossíveis de ver sem ajuda de imagens por satélites ou computação gráfica. As crateras lunares resultam de impactos de meteoritos, assim, à medida que o meteorito aumenta em tamanho, o buraco que ele causará também crescerá proporcionalmente. Contudo, as colisões são comuns na superfície lunar, onde um impacto de grandes proporções pode apagar os vestígios de outro anterior a ele “quebrando” os rebordos de uma grande cratera já existente e antiga. Nessa conjuntura, conseguimos exibir na Figura 10 esse padrão de repetição que se encaixa nas características de um fractal, onde as crateras lunares exibem uma estrutura fractal.

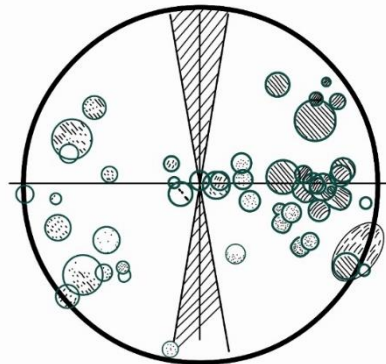
Figura 10 – Desenho ilustrativo das crateras da lua (estrutura fractal).



Fonte: Autora

Mandelbrot (1998), em seus estudos sobre modelos do universo, revela a existência de vazios que são separados por trajetórias. Se considerarmos o espaço entre essas trajetórias como vazios de dimensões significativas, eles exibem padrões de um fractal lacunar devido à sua autossimilaridade, como podemos observar nas galáxias exibida na Figura 11.

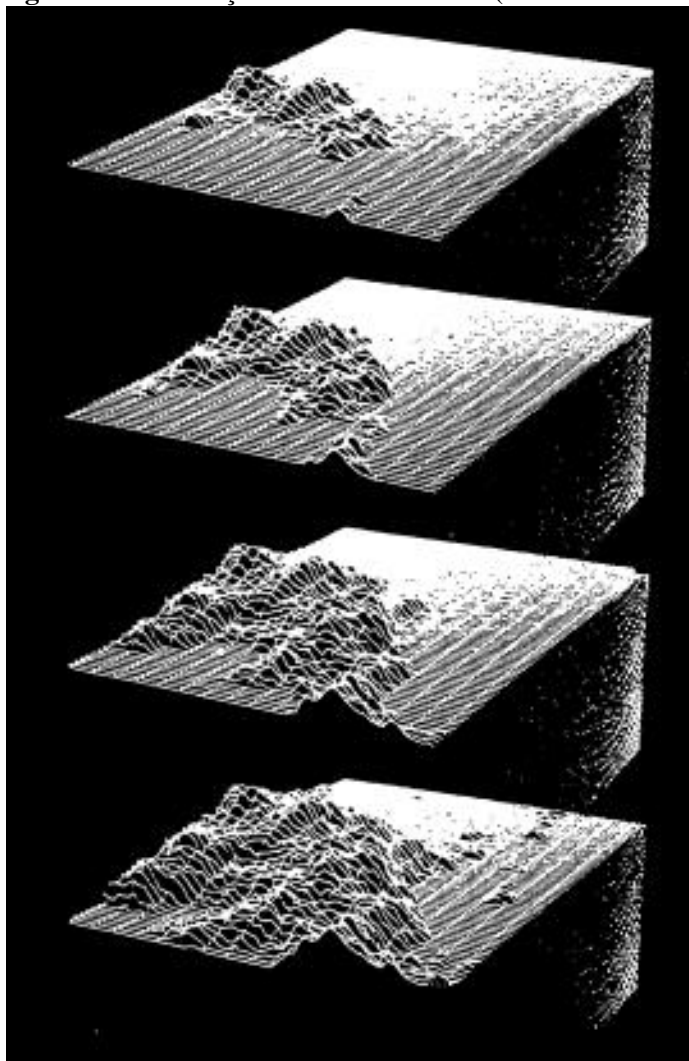
Figura 11 – Desenho ilustrativo da organização das galáxias de Mandelbrot (estrutura de um fractal lacunar).



Fonte: Mandelbrot (1998, p. 114).

Para as representações do relevo terrestre, é proposto uma família de processos estocásticos (processos aleatórios) que originam superfícies aleatórias de dimensão fractal. A Figura 12 representa os aspectos característicos de uma estrutura fractal do relevo terrestre, onde notamos autossimilaridade e a irregularidade do relevo.

Figura 12 – Ilustração do relevo terrestre (estrutura fractal).



Fonte: Mandelbrot (1998, p. 129).

Particularidades e definições dos fractais

A interatividade é a geradora dos objetos fractais. Ela consiste em “uma regra de substituição por adição ou subtração de um elemento escalonado e autossimilar ao objeto inicial” (Sedrez, 2019, p. 56). A interação de modo mais simplificado consegue descrever uma programação de repetição, característica dos objetos fractais, por isso estes podem ser gerados pela mesma.

Segundo English (2007), os objetos fractais possuem cinco características primordiais que necessitam de maiores esclarecimento, uma vez que, admitiremos em específico apenas uma delas para conceitua-los e assim explicarmos para fins educacionais porque existem estruturas fractais e não fractais em si na natureza.

Dito isso, as características que abordaremos aqui são: recursividade, autossimilaridade, infinitude, dimensão fracionária e escalar.

A **recursividade** consiste em definir funções programáveis para repetir a si mesma. Uma função que usa recursividade para dividir um problema em fragmentos menores, similares ao problema original, e mediante isso resolve os menores, combinando os resultados obtidos (Sedrez, 2019). Esses resultados repetidos inúmeras vezes é o que chamamos de recursividade, e podem continuar infinitamente, mas, podemos interromper esse padrão recursivo dentro de um intervalo escalar (Barbosa, 2009).

O objeto fractal possui uma forma **escalar** que “significa que existem padrões semelhantes em diferentes escalas dentro do intervalo” (Barbosa, 2009, p. 21). Por exemplo, as folhas de uma samambaia ilustrada na Figura 13 seguem padrões de organização autossimilares em diferentes escalas, o que podemos observar também no relevo terrestre na Figura 12.

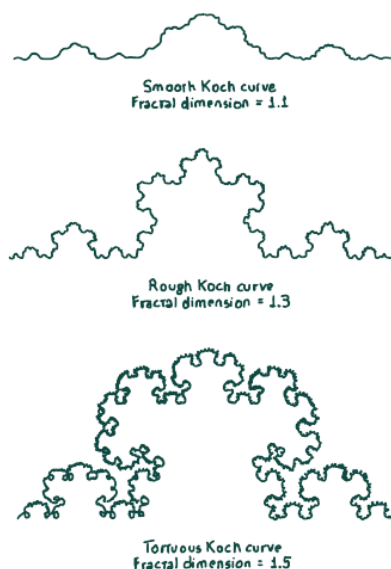
Figura 13 - Aproximação na ilustração da planta samambaia em três escalas (estrutura fractal).



Fonte: <https://br.freepik.com/vetores/samambaias>

Quando discorrermos sobre o conceito de dimensão nos estudos das geometrias, logo associamos a nossa resposta aos números inteiros, no entanto, quando abordamos conteúdos pertencentes à Geometria Fractal, temos **dimensões fracionárias** que de acordo com Mandelbrot (1998, p. 14) “é a medida do grau de irregularidade e de fragmentação dos objetos fractais”. Tomemos como exemplo a Curva de Von Koch exposta na Figura 14, está possui uma dimensão crescente em suas curvas, de modo que podemos ir tão próximo de uma linha dimensional, já abaixo da base a curva é tão incomum que poderíamos dividi-la em duas, já no meio da curva precisaríamos de uma dimensão “quebrada”, ou seja, fracionária (Barbosa, 2009).

Figura 14 – Aproximação na ilustração da Curva de Von Koch (estrutura fractal em dimensão fracionária).



Fonte: English (2005, p.15). Adaptado pela autora.

Os objetos fractais possuem uma **complexidade infinita** que não nos permite reproduzi-los completamente já que exibem detalhes infinitos. Esta característica é muito importante para este trabalho já que ela não aparece na natureza, assim como não é exibida em obras arquitetônicas que serão abordadas mais adiante. Dito isso, entendemos que a natureza e o homem não exibem fractais em si, já que seria impossível expor a riqueza de detalhes infinitos dos mesmos, adotaremos então para fins deste trabalho o termo **estrutura fractal**, e utilizaremos apenas as características de autossimilaridade para definir e trabalhar as estruturas fractais em obras arquitetônicas.

Por fim, a **autossemelhança** ou **autossimilaridade** é a última característica dos objetos fractais que abordaremos aqui, na qual usaremos para fins de definição neste trabalho, sempre buscando exibi-la nas estruturas fractais que abordaremos adiante. Ser autossimilar concede ao fractal a reprodução exata ou aproximadamente semelhante a uma parte de si mesmo, constituídas de subdivisões iguais ao original (Brito, 2020). Nas Figuras 15 e 16 podemos observar essas estruturas fractais nas obras arquitetônicas construídas pelo ser humano.

Figura 15 – Estrutura fractal (autossimilaridade) exibida na construção do Templo Kandariya Mahadeva (Índia)



Fonte: <https://www.istockphoto.com/br/foto/kjaruharo-templos-%C3%ADndia-gm528050508-92886645>

Figura 16 – Estrutura fractal exibida no cubo de gelo da arena das Olimpíadas de Pequim – 2008.



Fonte: Folha – UOL, 2008.

Então, com base nas características apresentadas e compreendendo que utilizaremos a autossimilaridade para expressar a estrutura fractal na arquitetura, expomos que os fractais também podem ser divididos em duas categorias: lineares e não lineares. De acordo com Krawczyk e Ibrahim (2006, p.1), os fractais lineares são “gerados a partir da substituição de um grupo de vetores” já os não lineares “são fractais gerados como um grupo de pontos no plano complexo”. A seguir classificaremos os fractais citados no Quadro 1.

Quadro 3 – Classificação dos fractais em lineares e não lineares.

Categoria	Objeto Fractal
Fractais lineares	Curva patológica
	Conjunto de Cantor ou Poeira de Cantor
	Curva de Peano ou curva que preenche o espaço
	Ilha de Koch ou Floco de neve de Koch
	Triângulo de Sierpinski
	A curva de Hilbert
Fractais não lineares	Conjunto de Julia
	Conjunto de Mandelbrot

Fonte: Autora

É importante salientar que as categorias fractais expostas no Quadro 3 são importantes para o presente trabalho, devido a necessidade de distinguirmos fractais e estruturas fractais com mais afinco. Como ressalta-se no parágrafo anterior, linearidade e não linearidade fractal estão associadas à dimensão fractal, ou ao iniciador (gerador) do mesmo. Cada fractal pertencente à categoria linear necessita de um iniciador. Tomemos como exemplo o conjunto de Cantor representado na Figura 3 donde um segmento de reta aleatório gera um fractal, a partir de seguimentos iguais repetidos doravante ao primeiro. Já os fractais que não possuem linearidade não precisam de um gerador em específico, eles estão atados a teoria do Caos e podem ser obtidos por equações algorítmicas (Sedrez, 2016).

Dessa forma, compreendemos que os fractais demandam uma atenção redobrada ao serem estudados, considerando que sua complexidade requer uma análise aprofundada, a qual não constitui o foco deste trabalho. Para justificar a inclusão dos objetos fractais neste estudo, torna-se necessário recorrer a todas as definições e exemplos previamente abordados, a fim de permitir que o leitor compreenda o conceito de fractal e como seus padrões infinitos não se manifestam na natureza nem no cotidiano. Esclarecemos que embasamos nossas análises nas definições de Benoit, utilizando o termo "estrutura fractal" para explorar a autossimilaridade (características fractais) em obras arquitetônicas de diversas civilizações, além de nos valermos da própria definição de objetos fractais.

Arquitetura e Estruturas Fractais

Evidenciaremos agora produções humanas espontâneas, cuja rigorosidade de definições expostas anteriormente não se aplicavam, no entanto, usaremos a característica fractal de autossimilaridade para visualizar a presença de estruturas fractais nas obras arquitetônicas. Algumas civilizações antigas não tinham em mente a rigorosidade de definições dos objetos

fractais, mas, observamos em sua edificação a presença dos mesmos com limites de interações possíveis.

É importante destacar que as produções arquitetônicas surgem em diferentes períodos, nas civilizações africanas, por exemplo, não temos ainda o surgimento da Geometria Fractal, mas, consegue-se evidenciar estruturas fractais partindo da característica de autossimilaridade dos mesmos. Evidenciaremos no Quadro 4 civilizações que faziam/fazem uso de estruturas fractais com diferentes propósitos, e em diferentes períodos até a modernidade.

Quadro 4 – Algumas obras arquitetônicas construídas (projetadas) usando estruturas fractais.

CIVILIZAÇÃO (cidade, estado, país)	FUNÇÃO	OBRA ARQUITETÔNICA PROJETADA/CONSTRUIDA POR
Daomè (Estado do Golfo da Guiné - África)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Aldeia Logone Birni (Camarões)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Vila de Ba-ila (Zâmbia)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Aldeia da Etnia Kirdi – Mokonlek (Fronteira de Camarões e Nigéria)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Aldeia de Songhai (Labbezanga, Mali)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Cidade de Banyo (Camarões)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Aldeia de Nankani (Mali)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Aldeia dos Jola ou Ajamat (Senegal)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Cidade de Cairo (Egito)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Vila Tabele (Burkina Faso, Gana)	Projeto Urbanístico	Construção comunitária
Castelo Del Monte (Itália)	Projeto arquitetônico	Atribuído ao imperador Frederico II da Alemanha
<i>Templo Kandariya Mahadev</i> (Índia)	Projeto arquitetônico	Atribuído aos governantes Chandela
Templo Rajarani (Índia)	Projeto arquitetônico	Não encontrado registro
<i>Catedral de Pokrov</i> (Argentina)	Projeto arquitetônico	Não encontrado registro
Catedral Gótica de Colônia (Alemanha)	Projeto arquitetônico	Atribuída a Mestre Gerhard
<i>Hotel Atracción</i> (Nova York, Estados Unidos)	Projeto arquitetônico	Antoni Gaudí
Moving Arrows, Eros and Other Eros (Viena, Áustria)	Projeto Urbanístico	Peter Eisenman
<i>Torre Eiffel</i> (França)	Projeto arquitetônico	Maurice Koechlin e Émile Nougier (trabalhavam para Gustave Eiffel e sua empresa).
Museu Guggenheim (Bilbao, Espanha)	Projeto arquitetônico	Frank Gehry
Escola Heinz – Galinski (Berlim, Alemanha)	Projeto arquitetônico	Zvi Hecker
Museu Fukui (Fukui, Japão)	Projeto arquitetônico	Kisho Kurokawa
Nuvem Fractal (Marselha, França)	Projeto arquitetônico	Miguel Chevalier
Museu de Arte Islâmico (Arabia)	Projeto arquitetônico	Leoh Ming Pei

Fonte: Autora

Doravante o Quadro 4 conseguimos compreender o quanto a arquitetura com aspectos fractais esteve/está presente em diferentes civilizações, tendo o continente africano como

pioneiros em tais construções. Nota-se que cada civilização faz uso dos objetos fractais de distintas maneiras. Selecionaremos alguns a partir do Quadro 4 para analisá-los com mais detalhes mediante a cultura.

✓ *Daomé (Império de Benin)*

Benin, antigo Daomé, é um pequeno Estado do Golfo da Guiné. A Etnogeometria arquitetônica do Império de Benin exibida na Figura 17 evidencia a estrutura fractal nas construções que se dividiam e atravessavam a si mesmas várias vezes, onde o número de vezes correspondia a todos os prédios de habitações (Alves, 2009).

Essa organização confere a Benin uma estrutura fractal em sua composição, onde notamos que o ordenamento fractal é semelhante a um quadrado, onde os muros externos se interligam aos muros das ruas, que por sua vez se interligam aos muros das casas e assim sucessivamente. Identificamos aspectos fractais espontâneos nas construções de Benin, onde a característica de autossimilaridade se evidencia na repetição dos quadrados que contém as casas durante todas as ruas que se interligam.

Figura 17 – Vista do Império de Benin (Daomé)



Fonte: Ajayi (2010, p. 830).

✓ *Aldeia Logone Birni*

Logone Birni exposta na Figura 18 é uma vila africana, localizada em Camarões, foi construída pelo povo Kotoko. Birni foi exposta ao mundo pelo etnomatemático Ron English

quando este percebeu que as fotos áreas tiradas da mesma exibiam estruturas fractais (Silva, 2021). Estarrecido com tal percepção, English notou que as construções da vila de Birni era similares a construção do palácio localizado no centro da vila.

É perceptível pela organização do palácio real na Figura 19 visualizar-se uma aparência fractal que é “construído pela repetição de uma operação geometria elementar: sobre uma fração de lados de um retângulo inicial, onde constrói-se um retângulo de proporções idênticas” (English, 2005, p. 66). Essas proporções são novamente repetidas, constituindo-se uma “grade” de retângulos onde é localizado o palácio real, formando-se assim, uma espiral retangular. “Esta espiral retangular que compõe toda a estrutura do palácio é chamada de “caminho da luz”, e termina na sala do trono” exibindo assim, uma estrutura fractal (Silva, 2021, p. 19).

Figura 18 – Vista superior da vila de Logone Birni



Fonte: English (2005, p.66)

Figura 19 – Vista superior do palácio real – vila de Birni



Fonte: English (2005, p.66)

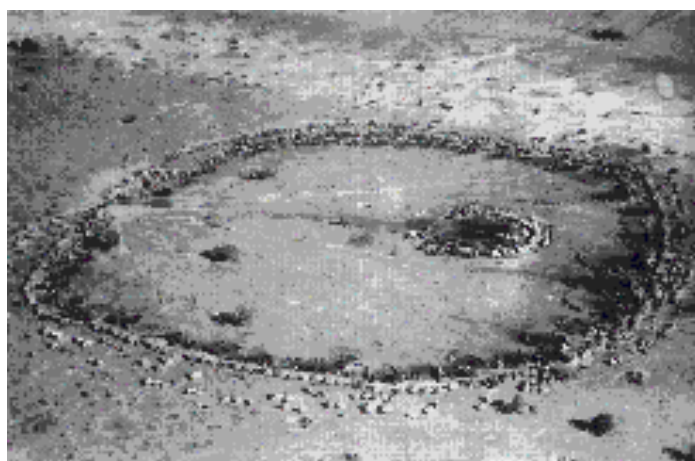
✓ *Vila de Ba-ila*

A vila de Ba-ila fica localizada ao sul do país de Zâmbia exposta na Figura 20. Se analisarmos a forma como Ba-ila foi construída podemos perceber estruturas fractais em sua composição, que de acordo com Barbosa (2009), trazem um formato semelhante a enormes anéis, onde cada anel possui um status. O status mais baixo de Ba-ila é destinado a criação de animais, armazenamento de alimentos e produtos, e é conhecido como a parte suja da cidade localizada logo nos portões centrais da vila. Já o status mais alto é destinado aos habitantes, e é conhecido como a parte limpa da cidade, localizado no fundo dos enormes anéis. É importante frisar que o status social entre os habitantes é de acordo com distancia que estes estão dos portões centrais da vila, ou seja, os chefes de cada família ficam sempre ao centro dos anéis.

Se observamos atentamente a Figura 20 podemos perceber que “Este gradiente de status é refletido pelo gradiente de tamanho na arquitetura” (Barbosa, 2009, p. 32). É perceptível também que os elementos dessa obra arquitetônica da vila de Ba-ila sejam esses anéis globais, cujo o gradiente é crescente do início para o final, concedendo a vila a mesma forma: um anel de anéis (Barbosa, 2009).

Englash (2005) ressalta que essa arquitetura da vila de Ba-ila com anéis globais é semelhante em todas as escalas, permitindo observar uma construção com aspectos fractais, mediante a característica de autossimilaridade, com um limite de interações.

Figura 20 – Vista superior da vila de Ba-ila (Zâmbia)



Fonte: Englash (2005, p.27)

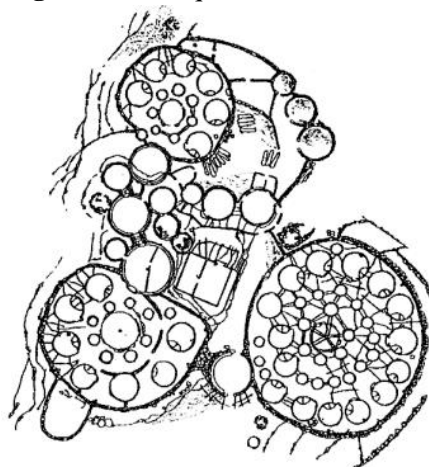
✓ *Aldeias da etnia Kirdi – Mokoulek*

Os Kirdi são duas etnias autodeclaradas que habitam as Montanhas Mandara, cuja localização é próxima à fronteira entre os países de Camarões e Nigéria (Souza, 2019). O povo Kirdi usa um diagrama arquitetônico complexo na construção de seus edifícios chamado de Mokoulek Figura 21. Segundo Souza (2019) esse aspecto fractal está presente na construção sendo exibido doravante três recintos feitos de pedra, onde existem silos e celeiros circulares que formam uma espiral, de modo que outra espiral seja formada seguindo para um ponto central que é a parte quadrada da aldeia, esses celeiros e silos são distribuídos de forma expansiva em um processo quantitativo e premeditado.

Notamos que a construção das aldeias de Kirdi exibem uma estrutura fractal em sua composição, mas, nem tudo em sua estrutura arquitetônica pode ser explicado por fractais já que existem vários círculos vazios em alguns pontos na vila (Barbosa, 2009). O que frisamos é a composição em espiral dos celeiros circulares que formam esse padrão em espiral do complexo como um todo, estabelecendo um formato fractal da arquitetura que não é apenas uma acumulação aleatória de silos e celeiros em tamanhos circulares, esses círculos partem de tamanhos crescentes a parti de um ponto central, aplicado em duas escalas diferentes.

A estrutura fractal de Mokoulek é uma obra arquitetônica que começou com conhecimentos agrícolas, donde “o sistema se expande para acomodar o crescimento, transformando o volume em números de silos e estes alocados em espirais, de acordo com a fertilidade no campo” (Souza, 2019, p.38). Por isso, ressaltar-se que são produções espontâneas surgidas de necessidade de uma organização dentro da comunidade, mas, que apresenta característica autossimilar com um limite de interações.

Figura 21 – Arquitetura das aldeias Kirdi



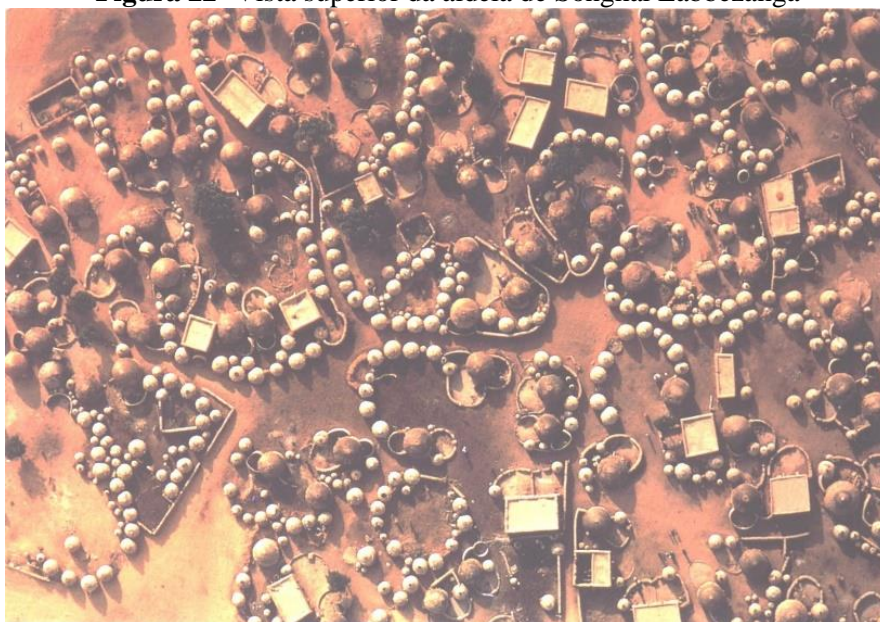
Fonte: English (2005, p.30)

✓ *Aldeia de Songhai Labbezanga*

A aldeia de Songhai Labbezanga fica localizada no país de Mali como ilustrado na Figura 22. A estrutura arquitetônica da aldeia de Songhai é semelhante a redemoinhos circulares, assim como as casas, onde não existe um foco único, mas, mesmo com essa ausência de um foco central ainda é perceptível a autossimilaridade fractal (Barbosa, 2009). Dito isso, compreendemos que as construções das casas e edifícios apresentam em sua infraestrutura uma simetria de escala, ou seja, possuem a mesma sequência.

Os edifícios em formato retangular são construções prestigiadas pela cultura islâmica, uma vez que as edificações anteriores eram originalmente circulares. English (2005, p. 31-32) afirma que “a arquitetura de Songhai pode ser caracterizada por uma fractalização dimensional semelhante à do computador”.

Figura 22- Vista superior da aldeia de Songhai Labbezanga



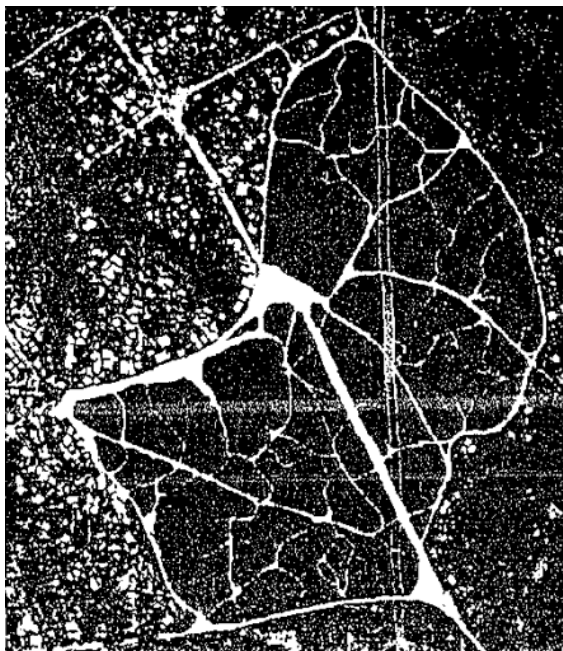
Fonte: <https://www.matematicaefacil.com.br/2016/07/matematica-continente-africano-fractais.html>

✓ *Cidades de Banyo*

Banyo é uma cidade localizada na província de Adamaoura, no país de Camarões. Observa-se pela arquitetura da cidade, conforme exibido na Figura 23, que esta possui uma estrutura fractal em sua construção, já que as ramificações que a cidade possui se assemelham a “veias” interligadas de uma folha, evidenciando a autossimilaridade dos objetos fractais. A

parte central da cidade é composta por uma grande praça, o palácio do Sultão e uma Mesquita que concedem a Banyo uma beleza singular (Barbosa, 2009).

Figura 23 – Vista superior da cidade de Banyo



Fonte: English (2005, p.36)

✓ *Templo Hindu Rajarani*

O templo Hindu Rajarani ou também conhecido como templo do amor, fica localizado no estado Orissa, e sua divindade é o deus Shiva. Rajarani é um templo construído com duas divisórias, a primeira é santuário (vimana) e a outra (jagamohana) é onde os fieis fazem suas preces. De acordo com Mariano (2018) as estruturas fractais podem ser observadas nas construções dos templos hindus por conta da espiritualidade. Os hinduístas creem que o cerne do cosmo é a representação de um holograma, donde tem-se a representação do todo, e por isso devem ser transmitidos às obras arquitetônicas (Mariano, 2018).

Os templos Hindus tem esse padrão de autossimilaridade dos objetos fractais, assim como tendem a simetria. A Figura 24 exhibe essas características nas colunas que seguem esse padrão de repetição (autossimilaridade) com um limite de interações.

Figura 24 – Vista frontal do templo hindu Rajarani



Fonte: <https://www.holidify.com/places/bhubaneswar/raja-rani-temple-sightseeing-1389.html>

✓ *A Torre Eiffel*

A torre Eiffel na Figura 25 é um monumento histórico cujo uso era pra observação e transmissão de rádio, construída com estruturas fractais, esta chama atenção pelo mundo todo. Segundo Sedrez (2009), Mandelbrot identificou que a torre de Gustave Eiffel possuía curvas fractais cheias de ponto ramificados, este fato resulta em uma estrutura donde tem-se elemento repetidos (autossimilares) em escala decrescente com um limite de interação.

Figura 25 – Torre Eiffel (Gustave Eiffel)



Fonte: datosatutiplen.wordpress.com

Metodologia e procedimentos de pesquisa

Nesta pesquisa assume-se a postura qualitativa e o método fenomenológico na realização de um estudo bibliográfico que visa compreender o que solicita a pergunta norteadora. A postura fenomenológica indica que esta pesquisa é um movimento de compreensão, não assumindo, portanto, pressupostos com os quais se possa premeditar resultados. Com o olhar fenomenológico, as compreensões que vierem a ser articuladas serão aquelas que se mostrarem no processo investigativo, atentando-se aos modos de presença de estruturas fractais em obras arquitetônicas de distintos povos.

O processo de busca dos materiais a serem analisados será realizada via Google Acadêmico e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) nos quais serão tomados para análise trabalhos correspondentes aos resultados da busca neste ambiente pelas palavras-chaves: etnogeometria – fractais; arquitetura-fractais. Na plataforma do *Google Acadêmico*, foram considerados os resultados obtidos nas 15 primeiras páginas, e no *BDTD*, foram considerados produções dos últimos cinco (05) anos.

Os textos assim destacados serão analisados a partir da Análise Ideográfica e a Análise Nomotética. A primeira, entende-se como uma constante retomada aos dados, voltar-se-á aos aspectos pontuais e singulares que se revelam ao adentrar aos dados da pesquisa (de cada texto). Nesse momento, o pesquisador pode se abrir a materializações que podem culminar em Unidades Significativas (US) que representam passagens destacadas nos textos que dizem da pergunta norteadora da pesquisa (Bicudo, 2011).

O processo da Análise Nomotética, tende as Unidades Significativas (US), indagando o que cada uma traz ao pesquisador mediante a interrogação da pesquisa. Durante esse processo de cada US, o pesquisador busca por convergências e divergências entre elas. Diante a essa Análise Nomotética, que ocorre o momento de transcender a análise dos dados individuais que foram expressos na Análise Ideográfica, levando em conta às convergências e divergências que, uma vez articuladas apontam para “grandes convergências”, que a partir das interpretações e articulações, traz à tona percepções, evidências e “esforços para expressar essas articulações pela linguagem. Solicita, enfim, compreensão da estrutura do fenômeno interrogado, tomando os individuais como casos de compreensões mais gerais que dizem agora de ideias estruturais concernentes à região de inquérito” (Bicudo, 2011, p. 59).



Compreensões em torno das convergências mediante análise fenomenológica serão possíveis caminhos para uma síntese aberta, na qual se transcenderá as primeiras análises, trazendo reflexões acerca da pergunta de pesquisa.



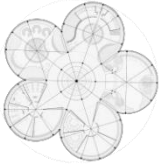

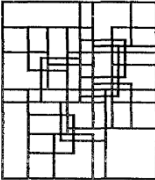

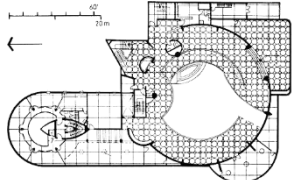

Descrição e análise dos dados: tecendo compreensões sobre a pergunta de pesquisa


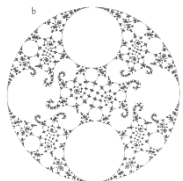

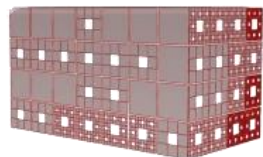
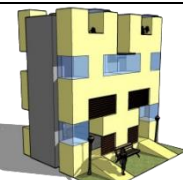
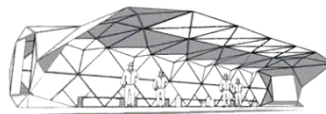
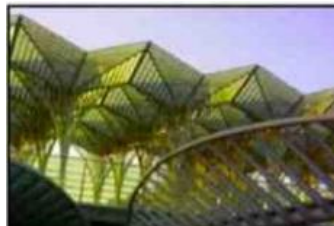
A busca no *Google Acadêmico* e no *BDTD*, com os critérios supracitados, nos legou duzentos e sete (207) produções, sendo cento e oitenta e nove (189) no *Google Acadêmico* e dezoito (18) no *BDTD*. Desconsiderando textos como os relacionados à Geometria Fractal, não fundamentados pela Etnomatemática, e textos sobre a Geometria Fractal aplicada a outras áreas como por exemplo as redes neurais, preserva-se então apenas produções que focam a Etnogeometria da perspectiva fractal. Restaram para análise vinte e uma (21) produções, dentre as quais, dez (10) artigos em revistas científicas e dois (02) em anais de eventos, três (03) Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) graduação, quatro (04) dissertação de mestrado e duas (02) teses de doutorado.





No Quadro 5, que segue, exhibe-se essas produções, bem como a estrutura fractal presente em obras arquitetônicas às quais foram objeto de estudo dos pesquisadores.

Quadro 5 – Relação de artigos, teses, monografias e dissertações para análise da presença da Etnogeometria fractal.

Produção	Título	Autor (es)	Publicação	Estrutura Fractal
Produção 1	Forma fractal no ensino de projetos arquitetônicos assistidos por computador.	Maycon Ricardo Sedrez	Repositório UFSC	
Produção 2	Processo de projeto paramétrico de elementos de fachada com características da geometria fractal considerando seu comportamento lumínico	Pedro Oscar Pizzetti Mariano	Repositório UFSC	

Produção 3	Intenções em arquitetura fractal: uma análise da forma em duas obras de Steven Holl-Sarphatistraat e Loisiun.	Leonardo de Oliveira Brito	Repositório UFSC	
Produção 4	Fractando conceitos do urbanismo na arquitetura contemporânea	Carolina Barros e Eduardo Rocha	Portal da UFRN: Projedata	
Produção 5	O viver a arte, o refúgio e a natureza como produtos da mesma experiência (URDIR)	Ana Lia Lopes de Azevedo	Repositório Unichristus	
Produção 6	Geometria: Fractal e Euclidiana nas construções históricas africanas	Diego Lourenço Francisco de Souza	Repositório Universitário da Ânima (RUNA)	
Produção 7	Geometria fractal e atividades para o ensino de matemática: degraus fractais e esponja de Menger	Marcus Vinícius Oliveira Lopes da Silva	Repositório UFBA	
Produção 8	Sobre dimensões fractais de ambientes construídos e naturais	Natalia Naoumova, Andrei Bourchtein e Lioudmila Bourchtein	Revista USP	
Produção 9	A geometria fractal e suas aplicações em arquitetura e urbanismo	Ana Maria Sala Minucci Martins e André Felipe Henrique Librantz	Revista Exacta	
Produção 10	Arte e cultura: do passado ao futuro.	Carlos Eduardo Silva Leite e Paula Valéria Coiado Chamma	Revista Vérticefib	

Produção 11	Os diálogos (geométricos) que Gehry estabelece com a cidade de Bilbao	Luciana Sandrini Rocha e Adriane Borda Almeida da Silva	Revista V!RUS	
Produção 12	Geometria fractal numa abordagem etnomatemática.	Paulo Cesar Fassini Barbosa	Revista USP	
Produção 13	Arquitetura e complexidade: a geometria fractal com sistema generativo.	Maycon Ricardo Sedrez	Repositório da UNICAMP	
Produção 14	Organização compositiva e lumínica de uma fachada fractal: desenvolvimento e avaliação.	Pedro Oscar Pizzetti Mariano e Alice Theserinha Cybis Pereira	Revista USP	
Produção 15	CAAD e criatividade, uma experiência com arquitetura Fractal.	Maycon Ricardo Sedrez e Alice Theserinha Cybis Pereira	Revista Risco	
Produção 16	Matemática e arquitetura: uso de fractais em mobiliários urbanos.	Rosângela Salles dos Santos, Mirian Carasek, Rosana Maria Luvezute Kripka e Regis Alexandre Lahm	Revista Scientia Plena	
Produção 17	Pesquisa de padrões e suas aplicações em arquitetura e urbanismo: ênfase em geometria fractal.	Lorena P. Waihrich, Rosângela S. Santos, Acácio D. Rosalen, Bruna Z. Comin, Paola K. Scheidmandel, Paulo R. Pasquetti, Taciana Dôro	Revista de Asociación Argentina de Mecânica Computacional	

Produção 18	Ruskin Digital: uma discussão sobre a natureza do ornamento na arquitetura contemporânea	Diogo Ribeiro Carvalho	Cadernos de Arquitetura e Urbanismo	
Produção 19	Geometria, Geometrização e arte afro-islâmica	Henrique Cunha Junior	Revista Teias	
Produção 20	Arquitetura de terra e diferentes maneiras de construir.	Maria Estela R. Ramos Penha, Ilana Ramos C. Santos e Israel Jonatas Veloso dos Santos	Anais de congresso- rede terra Brasil	
Produção 21	Presença africana na arquitetura e na educação brasileira: uma perspectiva decolonial sob a égide da Etnomatemática	Valdirene Rosa de Souza	Repositório da UNESP	

Fonte: autora

Concluída a fase de pesquisa exploratória, que proporcionou um acervo considerável de textos sobre o tema, revisita-se cada um deles com foco na abordagem vinculada às estruturas fractais presentes na arquitetura. Analisamos o diálogo presente e subjacente na citação do tema, incessantemente indagando: de que maneira a Etnogeometria fractal manifesta-se nesse contexto?

Mediante a interpretação realizada, elucida-se de forma descritiva a partir do próximo parágrafo, os modos pelos quais cada texto, sob perspectiva das obras arquitetônicas abordam a Etnogeometria fractal. Cada um desses modos, no âmbito da Análise Ideográfica, interpreta-se como dados provenientes do processo de unitarização, que são relevantes à compreensão da pergunta de pesquisa. Constitui-se com isso unidades significativas, expressas como Modo de Presença da Etnogeometria fractal, com abreviação: MPEF1, MPEF2, MPEF3, e assim por diante, visando já trazer evidências sobre a presença questionada na pergunta de pesquisa. Os MPEF são destacados com **negrito** e *itálico*.

Na análise da Produção 1 – "Forma Fractal no Ensino de Projeto Arquitetônico Assistido por Computador", o autor inicialmente aborda o surgimento da "arquitetura fractal" derivada

da aplicação da Geometria Fractal no campo arquitetônico. A busca empreendida pelo autor pela manifestação de uma arquitetura com características fractais destaca a presença de etnogeometrias nas construções arquitetônicas muito antes da introdução da tecnologia. O autor examina distintas civilizações, como as hindus, evidenciando a presença de estruturas fractais nas construções espontâneas desse povo. Nesse contexto, compreende-se que ***a etnogeometria fractal se manifesta nas construções espontâneas baseadas em crenças religiosas dos templos hindus, respeitando as diversas origens culturais (MPEF1).***

Na análise da Produção 2, intitulada "Processos de projeto paramétrico de elementos de fachada com características da geometria fractal considerando seu comportamento lumínico", o autor aborda a aplicação dos padrões de fractais lineares em projetos arquitetônicos, destacando suas potencialidades tanto no aspecto luminoso quanto composicional. Essa exploração é embasada por uma busca teórica e lógica, que traça o desenvolvimento da geometria fractal ao longo de diversas civilizações, desde a antiguidade até a modernidade. Durante essa análise, o autor examina obras arquitetônicas sob a perspectiva fractal, proporcionando uma visão abrangente e contextualizada. Nesse contexto, ***a etnogeometria fractal emerge como um elemento expressivo, manifestando-se de forma contínua em obras arquitetônicas desde a antiguidade até a contemporaneidade (MPEF2).*** Este estudo oferece uma compreensão profunda da influência da geometria fractal na arquitetura, revelando sua presença duradoura e relevância ao longo da história.

Em "Intenções em arquitetura fractal: uma análise da forma em duas obras de Steven Holl – Sarphatistraat e Loisium" (Produção 3), o autor fundamenta sua abordagem nas correntes filosóficas, explorando as apropriações das intenções em arquitetura por meio das propriedades da forma fractal na construção do espaço arquitetônico. Nesse contexto, destaca-se a meta do autor em interpretar o trabalho de Steven Holl, analisando as intenções projetuais do arquiteto ao incorporar formas fractais nas composições arquitetônicas de Sarphatistraat e Loisium, ambas produzidas por seu ateliê. Nesse sentido, ***a etnogeometria fractal se revela nas obras contemporâneas de Holl, onde os padrões fractais apresentam um limite de interações que contribuem para a singularidade das suas obras arquitetônicas (MPEF3).***

Em "Fractando conceitos do urbanismo na arquitetura contemporânea" (Produção 4), os autores exploram a compreensão de conceitos que evoluíram ao longo dos processos projetuais em arquitetura, influenciados pelo desenvolvimento tecnológico. Esta análise é conduzida por meio do estudo da obra do arquiteto americano Peter Eisenman, evidenciando a aplicação dessa interconexão entre as teorias da complexidade e sua materialização na arquitetura. Nota-se que

Eisenman adota uma abordagem descritiva, abdicando do controle rigoroso sobre o processo projetual. Desta forma, *a etnogeometria fractal se manifesta em suas obras contemporâneas, que se caracterizam por uma liberdade criativa e incorporação de valores externos. (MPEF4).*

Na averiguação da Produção 5 – “O viver a arte, o refúgio e a natureza como produtos da mesma experiência (URDIR)”, a autora trata da elaboração de um projeto arquitetônico que mescla três grandes temáticas – arte, refúgio e natureza – na criação de um Centro de Artes Cênicas e Plásticas localizado no Vicente Pinzon, em Fortaleza (CE). Onde realizou-se um estudo sobre o histórico das produções artísticas no país e na cidade de Fortaleza em busca de um melhor entendimento sobre como propor um espaço de arte democrática, além de pesquisas sobre Biofílico¹, Topofilia² e Arquitetura Fractal, de forma a estudar como efetivamente mesclar natureza e arte numa verdadeira simbiose e como se utilizar desta para criar espaços afetivos e de refúgio. Dessa forma, *a etnogeometria fractal está presente na composição das edificações contemporâneas que nasceram e foram concebidas na busca pela representação fractal (MPEF5)* que, em diálogos com os espaços criados e com a utilização de materiais naturais, ajuda a envolver completamente a proposta na simbiose entre espaço construído e natureza.

Na análise da Produção 6, intitulada "Geometria: Fractal e Euclidiana nas construções históricas africanas", o autor aborda o equívoco comum de associar a matemática exclusivamente aos gregos ou à Europa Ocidental. Ao longo dos anos e com o aprofundamento dos estudos, evidencia-se a contribuição de diversos países e culturas para a formação da Matemática contemporânea. O trabalho do autor apresenta uma investigação acerca do emprego da Geometria Euclidiana e da Geometria Fractal em construções tanto imponentes quanto mais modestas, datadas de eras passadas no continente africano. Nesse contexto, torna-se claro que *a etnogeometria fractal manifesta-se nas construções centenárias, honrando e preservando as culturas e crenças por meio das produções espontâneas do povo (MPEF6).*

Em “Geometria Fractal e Atividade para Ensino de Matemática: Degraus Fractais e Esponja de Menger” (Produção 7), o autor explora estratégias didáticas destinadas às aulas de Matemática no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio. Inicialmente, ele aborda a Geometria Fractal, apresentando seus aspectos históricos e conceituais. Posteriormente, examina as aplicações dessa geometria em campos como a arquitetura. Nesse contexto, destaca-se a

¹ Refere-se a uma tendência ou preferência por ambientes naturais ou elementos naturais.

² É um termo que descreve o amor ou ligação emocional que as pessoas têm por um lugar específico ou localidade.

etnogeometria fractal expressa como atividades e oficinas que resgatam por meio da arquitetura costumes de culturas distintas excluídos ao longo dos séculos (MPEF7).

Na análise da Produção 8, intitulada “Sobre dimensões fractais de ambientes construídos e naturais”, os autores analisam como o fractal pode ser aplicado à avaliação da complexidade visual de edifícios históricos e ambientes naturais. A relação entre o nível de complexidade fractal de ambientes construídos e de paisagens naturais é analisada para o caso conhecido da cidade de Amasya, na Turquia e, também, para duas cidades históricas brasileiras, Ouro Preto e Pelotas. Os resultados obtidos evidenciam uma ligação forte entre a dinâmica espacial de dimensões fractais de ambientes construídos e naturais. Diante disso, ***a etnogeometria fractal se expressa nas paisagens e ambientes construídos ou naturais de cidades distintas (MPEF8)***

Em “A geometria fractal e suas aplicações em arquitetura e urbanismo” (Produção 9), os autores desenvolveram um projeto de pesquisa denominado Geometria Fractal e suas Aplicações em Arquitetura e Urbanismo, com o objetivo de estudar e desenvolver ferramentas analíticas e propositivas para serem aplicadas em arquitetura e urbanismo, com base em conceitos provenientes da geometria fractal. Assim sendo, ***a etnogeometria fractal se mostra na cidade contemporânea como um múltiplo fractal, exibindo estruturas fractais nas composições das ruas (MPEF9)*** até em escalas urbanas para o estudo de modelo de crescimento.

Na Produção 10, intitulada "Arte e Cultura: do Passado ao Futuro", os autores empreendem esforços para abordar as problemáticas da área central da cidade por meio de um projeto concebido para um centro de arte e cultura. O propósito subjacente a este projeto é direcionar a atenção da cidade para o seu núcleo central, valorizando-o e reconhecendo sua significância histórica por meio da promoção de atividades culturais e artísticas. O delineamento adotado incorpora princípios de design fractal, design biofílico e a maximização do uso da luz natural, alinhados com as demandas programáticas que se baseiam na exaltação da arte e da cultura. O intuito é incentivar a expressão artesanal, celebrar a figura humana, destacar a natureza e preservar a história, incorporando valores de produções artísticas e contemplativas. A expectativa é que, a médio e longo prazo, esse empreendimento gere impactos positivos significativos para a cidade. Dessa forma, ***a etnogeometria fractal se mostra como design de recuperação, valorização e incentivo às cidades contemporâneas (MPEF10).***

Em “Os diálogos (geométricos) que Gehry estabelece com a cidade de Bilbao” (Produção 11), os autores analisam minuciosamente a abordagem projetual de Frank Gehry na

reconfiguração do Museu Guggenheim de Bilbao, destacando as transformações significativas que essa intervenção provocou na paisagem circundante. A configuração arquitetônica única do edifício emerge de um conjunto limitado de elementos formais e paisagísticos, influenciados tanto por princípios compositivos clássicos quanto pela geometria fractal. Os autores exploram essa perspectiva ao conduzir um estudo detalhado da construção, empregando sobreposições de traçados em imagens fotográficas e técnicas da obra e seu entorno imediato. A aplicação do conceito de dimensão fractal revela um controle formal meticuloso, evidenciado na regulação das representações em projeção ortográfica, com ênfase em proporções, paralelismos e convergências, assim como em perspectiva, mediante a exploração de concordâncias alcançadas por efeitos anamórficos. O método geométrico adotado pelos autores não apenas destaca, mas também facilita a análise das estratégias projetuais, proporcionando uma compreensão mais profunda ***da etnogeometria fractal expressa na arquitetura contemporânea do Museu de Bilbao, permeando tanto a sua construção externa quanto interna (MPEF11).***

Na Produção 12 – “Geometria fractal numa abordagem etnomatemática”, o autor tem a pretensão de apresentar a intersecção da Geometria Fractal e da Etnomatemática, tomando a cultura de determinados grupos africanos como viés. Deste modo, ao olhar-se para a arquitetura nada convencional desses grupos, nota-se que há uma desordem, uma aparente confusão, ou seja, o Caos. Porém, ver-se que estas formas erráticas são bem representadas por fractais. Assim, a Geometria Fractal, o Caos e a Etnomatemática, tentam mostrar que a Matemática pode ser expressa de várias formas, em lugares menos esperados e por pessoas comuns. Diante desse enfoque, ***a etnogeometria fractal é expressa nas construções espontâneas de um povo, isenta do rigor presente na arquitetura contemporânea (MPEF12).***

Na Produção 13, intitulada "Arquitetura e Complexidade: a Geometria Fractal como Sistema Generativo", o autor explora o conceito de sistema generativo, um método sistemático para derivar soluções em resposta a um problema específico, aplicando-o ao campo da arquitetura e urbanismo. Ao longo da história, arquitetos têm manifestado interesse em formas complexas, empregando diversas abordagens para alcançá-las. A renovação do ornamento na arquitetura contemporânea intensificou o interesse por composições complexas. Dentre os sistemas generativos adotados por arquitetos contemporâneos, destaca-se o uso de fractais, que se revelam particularmente fascinantes por sua capacidade de gerar formas complexas através de regras simples, em um processo compreensível e controlável pelo projetista. Nesse contexto, ***a etnogeometria fractal emerge como uma abordagem para conceber obras contemporâneas complexas e distintas, aproveitando os benefícios dos sistemas generativos (MPEF13).***

Na "Organização Compositiva e Lumínica de uma Fachada Fractal: Desenvolvimento e Avaliação" (Produção 14), os autores detalham o processo de concepção e avaliação de um projeto paramétrico que viabiliza a disposição de elementos de fachada, incorporando características da geometria fractal para atender às demandas do partido arquitetônico e otimizar o desempenho em relação à luz natural diurna. Nesse contexto, foram concebidos elementos de proteção baseados em fractais lineares, proporcionando a capacidade de moldar e controlar arranjos compositivos de acordo com a incidência solar sobre a fachada. Esta abordagem revela que *a etnogeometria fractal se expõe como um elemento de uma fachada, com características fractais (MPEF14)*.

“CAAD e criatividade, uma experiência com arquitetura fractal” (Produção 15) é uma pesquisa onde os autores abordam o resultado de uma experiência já realizada com alunos de Arquitetura a partir da introdução de conceitos da geometria fractal na composição arquitetônica. Os autores elaboraram um conteúdo didático para o Ambiente Virtual de Aprendizagem em Arquitetura e Design, que aborda o potencial dos fractais como sistema generativo de formas no projeto arquitetônico assistido por computador (CAAD). Dessa forma, compreende-se que *a etnogeometria fractal se expõe como conteúdo didático para projetos arquitetônicos que abordam o potencial dos fractais na modernidade fazendo uso de computador (CAAD) (MPEF15)*.

Na "Matemática e Arquitetura: Uso de Fractais em Mobiliário Urbano" (Produção 16), os autores exploram a potencialização de conhecimentos matemáticos em construções arquitetônicas. A pesquisa, desenvolvida por professores e estudantes de Matemática e Arquitetura, investiga como diferentes padrões fractais podem ser aplicados para conceber mobiliários urbanos inovadores, esteticamente agradáveis, seguros e práticos. O resultado desse estudo culminou em uma proposta de projeto para um ponto de ônibus, elaborada a partir da escolha de dois padrões fractais específicos, selecionados entre diversas opções pesquisadas. Essa abordagem destaca a manifestação da *etnogeometria fractal na construção de conhecimentos interdisciplinares, onde a utilização desses padrões oferece uma aplicação prática da teoria matemática em projetos de Arquitetura e Urbanismo (MPEF16)*.

Na produção 17 – “Pesquisa de padrões e suas aplicações em arquitetura e urbanismo: ênfase em geometria fractal”, os pesquisadores tem o objetivo de melhorar construções arquitetônicas contemporâneas impulsionando a inovação a partir do uso de fractais. A produção busca conceber construções crítica e esteticamente qualificadas, em harmonia com a consistência arquitetônica de qualidade, escapando da mera ênfase técnica que muitas vezes

permeia a concepção de edificações como simples produtos da atividade imobiliária. No contexto explícito, compreende-se *que a etnogeometria fractal é exibida com traço de estruturas fractais em obras da modernidade, buscando uma inovação (MPEF 17)*.

Em “Ruskin digital: uma discussão sobre a natureza do ornamento na arquitetura contemporânea” (Produção 18), o autor discorre sobre uma condição ornamental que tem sido instalada na arquitetura contemporânea. Apresenta a teorização que Lars Spuybroek faz do ornamento contemporâneo a partir de John Ruskin e discutir alguns projetos à luz de conceitos como textura, padrão, variação e mutabilidade. Diante disso, *a etnogeometria é expressa na contemporaneidade em obras de John Ruskin (MPEF18)*.

Na Produção 19, intitulada, “Geometria, Geometrização e arte afro-islâmica “, o autor discorre sobre a arte africana e as arte afro-islâmica, donde se tem presente na ornamentação e nas construções arquitetônicas destas culturas, estruturas fractais. Diante disso, compreende-se que *a etnogeometria fractal está presente em ornamentações de culturas distintas antigas, desde a arquitetura até o design (MPEF19)*.

Na Produção 20, intitulada "Arquitetura de Terra e Diferentes Abordagens Construtivas", os autores exploram diversas expressões da arquitetura de terra, entrelaçadas com estéticas ligadas a visões de mundo e modos de vida, moldadas por contextos históricos, culturais, regionais e ambientes, especialmente nas arquiteturas africana e afro-brasileira. O objetivo central dos autores é examinar as diversas formas de construir com terra, considerando diferentes culturas construtivas e suas complexidades culturais, tanto materiais quanto imateriais. Nesse contexto, *a pesquisa dos autores revela estruturas fractais nas construções antigas de civilizações distantes, destacando a presença da etnogeometria fractal (MPEF20)*. Isso ocorre devido à autossimilaridade fractal que permeia as técnicas de construção e ornamentação utilizadas por essas civilizações, evidenciando a presença desse conceito em construções antigas de diversas culturas.

Na Produção 21, intitulada "Presença Africana na Arquitetura e na Educação Brasileira: Uma Perspectiva Decolonial Sob a Égide da Etnomatemática", a autora almeja ampliar as conexões e diálogos já estabelecidos entre culturas e o ensino de matemática. Em reconhecimento à subalternização do saber-fazer de diversos povos e culturas pela universalização do conhecimento no Ocidente moderno, este estudo, numa abordagem decolonial, visa destacar os conhecimentos africanos presentes na arquitetura brasileira colonial do século XIX, assim como nas construções arquitetônicas africanas. Desta forma, *a etnogeometria se revela como uma proposta para dar visibilidade a saberes distintos que*

foram historicamente excluídos (MPEF21), podendo estar incorporados nas construções arquitetônicas.

Toda a explicação realizada acima nos forneceu os modos pelos quais a Etnogeometria fractal se faz presente nos trabalhos que tematizam obras arquitetônicas no Quadro 6. Alguns desses modos, quando retomados, mostram-se convergentes a ideias mais abrangentes. O movimento de identificação e registro dessas convergências constituem a Análise Nomotética donde faz-se a classificação das unidades significativas em ideias estruturais. As três (3) categorias constituídas das convergências foram nomeadas como Núcleos de Compreensão (NC), tal como expressos no Quadro 7.

Quadro 6 – Modos de Presença da Etnogeometria fractal nos trabalhos com obras arquitetônicas.

Produção 1 – a etnogeometria fractal se manifesta nas construções espontâneas baseadas em crenças religiosas dos templos hindus, respeitando as diversas origens culturais (MPEF1).
Produção 2 – a etnogeometria fractal emerge como um elemento expressivo, manifestando-se de forma contínua em obras arquitetônicas desde a antiguidade até a contemporaneidade (MPEF2).
Produção 3 – etnogeometria fractal se revela nas obras contemporâneas de Holl, onde os padrões fractais apresentam um limite de interações que contribuem para a singularidade das suas obras arquitetônicas (MPEF3).
Produção 4 – etnogeometria fractal se manifesta em suas obras contemporâneas, que se caracterizam por uma liberdade criativa e incorporação de valores externos. (MPEF4).
Produção 5 – etnogeometria fractal estar presente na composição das edificações contemporâneas que nasceram e foram concebidas na busca pela representação fractal (MPEF5).
Produção 6 – etnogeometria fractal manifesta-se nas construções centenárias, honrando e preservando as culturas e crenças por meio das produções espontâneas do povo (MPEF6).
Produção 7 – etnogeometria fractal expressa como atividades e oficinas que resgatem por meio da arquitetura costumes de culturas distintas excluídos ao longo dos séculos (MPEF7).
Produção 8 – etnogeometria fractal se expressa nas paisagens e ambientes construídos ou naturais de cidades distintas (MPEF8).
Produção 9 – etnogeometria fractal se mostra na cidade contemporânea como um múltiplo fractal, exibindo estruturas fractais nas composições das ruas (MPEF9).
Produção 10 – a etnogeometria fractal se mostra como design de recuperação, valorização e incentivo às cidades contemporâneas (MPEF10).
Produção 11 – etnogeometria fractal expressa na arquitetura contemporânea do Museu de Bilbao, permeando tanto a sua construção externa quanto interna (MPEF11).
Produção 12 – etnogeometria fractal é expressa nas construções espontânea de um povo, isenta do rigor presente na arquitetura contemporânea (MPEF12).
Produção 13 – etnogeometria fractal emerge como uma abordagem para conceber obras contemporâneas complexas e distintas, aproveitando os benefícios dos sistemas generativos (MPEF13).
Produção 14 – etnogeometria fractal se expõe como um elemento de uma fachada, com características fractais (MPEF14).
Produção 15 – etnogeometria fractal se expõe como conteúdo didático para projetos arquitetônicos que abordam o potencial dos fractais na modernidade fazendo uso de computador (CAAD) (MPEF15).

Produção 16 – etnogeometria fractal na construção de conhecimentos interdisciplinares, onde a utilização desses padrões oferece uma aplicação prática da teoria matemática em projetos de Arquitetura e Urbanismo (MPEF16).
Produção 17 – etnogeometria fractal é exibida com traço de estruturas fractais em obras da modernidade, buscando uma inovação (MPEF 17).
Produção 18 – etnogeometria é expressa na contemporaneidade em obras de John Ruskin (MPEF18).
Produção 19 – etnogeometria fractal está presente em ornamentações de culturas distintas antigas, desde a arquitetura até o design (MPEF19).
Produção 20 – a pesquisa dos autores revela estruturas fractais nas construções antigas de civilizações distantes, destacando a presença da etnogeometria fractal (MPEF20).
Produção 21 – etnogeometria se revela como uma proposta para dar visibilidade a saberes distintos que foram historicamente excluídos (MPEF21).

Fonte: autora

Quadro 7 – Organização dos Núcleos de Compreensão

Modos de Presença da Etnogeometria Fractal	Núcleos de Compreensão
(MPEF1) – (MPEF2) – (MPEF6) – (MPEF12) – (MPEF19) – (MPEF20)	NC1 - A Etnogeometria fractal expressas em obras arquitetônicas espontâneas da antiguidade.
(MPEF3) – (MPEF4) – (MPEF5) – (MPEF8) – (MPEF9) – (MPEF10) – (MPEF11) – (MPEF14) – (MPEF17) – (MPEF18)	NC2 –A Etnogeometria fractal expressa em obras arquitetônicas, design, cidades e paisagens naturais contemporâneos.
(MPEF7) – (MPEF13) – (MPEF15) – (MPEF16) –(MPEF21)	NC3 – A Etnogeometria fractal como construção de conhecimentos interdisciplinares na arquitetura e em sala de aula, usando tecnologia.

Fonte: autora

Frisa-se que os Núcleos de Compreensão (NC) se mostram no movimento de convergência, o que reforça o processo investigativo, no qual não se faz ajuizamento prévio sobre a pergunta de pesquisa. Os métodos de pesquisa Análise Ideográfica e Análise Nomotética permite afirmar que tanto os Modos de Presença da Etnogeometria fractal quanto os Núcleos de Compreensão referem-se à pergunta norteadora e, com isso, entende-se que asserções articuladas sobre cada um dos NC, trazendo os **MPEF** (em negrito e itálico) é um modo de expressar compreensões sobre a investigação. Iniciamos, então, as asserções articuladas, a partir do Núcleo de Compreensão 1 (NC1).

NCI - A Etnogeometria fractal expressas em obras arquitetônicas espontâneas da antiguidade.

A longevidade das técnicas arquitetônicas milenares de diversas culturas persiste, mesmo diante do advento de sistemas construtivos mais tecnologicamente avançados e produtivos. Isso ocorre porque essas práticas incorporam, em sua essência, uma perspectiva cultural intrínseca à relação com o metafísico (Penha et al, 2018). O significado e o sentido dessas técnicas estão intrinsicamente ligados à fusão entre forma e conteúdo, processo e resultado, função e forma, passado e futuro, objeto e sujeito, natural e social (Santos, 2006).

As construções milenares da arquitetura de terra representam acúmulos de conhecimento provenientes de diferentes povos, muitos dos quais não possuíam familiaridade com os rigorosos princípios matemáticos da Geometria Fractal. No entanto, essas culturas já empregavam estruturas fractais em suas construções naturais. É imperativo que esses conhecimentos, aplicados à arquitetura, não sejam relegados ao esquecimento, uma vez que valorizar costumes distintos ampliam conhecimentos.

As edificações concebidas por diversas civilizações não apenas visavam proporcionar moradia, mas também constituíam meios essenciais para garantir a sobrevivência a partir dos recursos oferecidos pela própria terra. As estruturas destinadas à proteção e acomodação, planejadas para acomodar possíveis aumentos na população dentro das vilas, não eram expressões de desorganização, mas sim manifestações de uma organização consciente. A disposição uniforme e repetida dessas construções dentro do espaço refletia uma cuidadosa ordenação, evidenciando uma compreensão refinada da importância da organização na otimização do ambiente para as comunidades locais tal como expressor na Figura 26.

Figura 26 – Estrutura fractal da vila de Ba-ila (organização da vila)



Fonte: English (2005, p. 27)

De acordo com Sala (2003), os construtores incorporavam as características da geometria fractal de duas maneiras: inconsciente ou consciente. Na primeira abordagem, *as características fractais são integradas na antiga construção de forma não intencional*, sendo utilizadas por diversas razões e identificadas somente após a conclusão da obra. Já na segunda forma, essas características são incorporadas ao projeto de maneira deliberada, conforme a decisão consciente do construtor (Mariano, 2018).

Os fractais “estão presentes na arquitetura em seu contexto geral ou em diferentes detalhes e volumes singulares” (Mariano p.62, 2018). Então, *a etnogeometria fractal emerge como um elemento expressivo, manifestando-se de forma contínua em obras arquitetônicas desde a antiguidade até a contemporaneidade*. Através dos séculos, arquitetos e construtores têm explorado padrões geométricos complexos, muitas vezes inspirados em concepções culturais e religiosas. Desde as pirâmides do Egito até as catedrais góticas da Europa, e mais recentemente, nos arranha-céus modernos e nas estruturas futuristas, a presença da geometria fractal é inegável. Essa interação entre cultura, arte e matemática não apenas proporciona beleza estética, mas também reflete a profundidade das aspirações humanas e a busca pela compreensão do universo através da forma e da estrutura.

Já na arquitetura dos templos hindus, a etnogeometria fractal se revela como um elemento intrínseco, transcendentemente tecido nas estruturas que emergem da devoção e espiritualidade. A intersecção entre a geometria fractal e as crenças religiosas dá origem a uma simbiose singular, onde cada padrão e proporção são imbuídos de significados sagrados. Essas construções não são apenas espaços físicos, mas também representações tangíveis das concepções metafísicas da cosmologia hindu. Ao mesmo tempo, elas incorporam uma riqueza cultural, respeitando e honrando as múltiplas origens e tradições que compõem a tapeçaria da fé hindu. Assim, a etnogeometria fractal se manifesta não apenas como uma expressão estética, mas também como um testemunho da diversidade e unidade que caracterizam a espiritualidade hindu.

Ao explorar a presença da etnogeometria fractal ao longo das culturas antigas, observar-se sua influência não apenas na arquitetura, mas também no design e nas ornamentações. Civilizações como os astecas, maias e incas, por exemplo, incorporavam padrões fractais em suas pirâmides, templos e artefatos cerimoniais, simbolizando sua compreensão da conexão entre o microcosmo e o macrocosmo. Da mesma forma, as intrincadas decorações encontradas em tapetes persas, e na arte islâmicas e aborígene australiana revelam uma compreensão intuitiva e aplicação prática da geometria fractal em diferentes contextos

culturais. Essa presença transversal da etnogeometria fractal destaca sua importância como uma linguagem universal, conectando pessoas e sociedades ao longo da história.

A etnogeometria fractal expressa nas construções centenárias, honram e preservam as culturas e crenças por meio das produções espontâneas do povo. Essas estruturas ancestrais não são meramente testemunhas do passado, mas sim guardiãs vivas da sabedoria e identidade de uma sociedade. Ao incorporar padrões fractais em suas edificações, as comunidades não apenas expressam sua compreensão do cosmos e sua relação com o divino, mas também tecem uma tapeçaria de significados que atravessa gerações. É nesse enlace entre o sagrado e o secular, entre o antigo e o contemporâneo, que a etnogeometria fractal transcende as fronteiras do tempo, inspirando-nos a apreciar e preservar a riqueza cultural da humanidade.

Em um mundo cada vez mais globalizado e interconectado, a importância da etnogeometria fractal na atualidade se torna inegável. Além de sua beleza estética e valor cultural, essa forma de expressão arquitetônica serve como uma ponte entre o passado e o presente, conectando-nos às memórias arquitetônicas esquecidas de sociedades cujos conhecimentos foram excluídos. Ao resgatar e valorizar tais obras arquitetônicas, de culturas distintas, não apenas reconhecemos a diversidade e a riqueza do patrimônio humano, mas também aprendemos lições importantes sobre resiliência, inovação e a capacidade de adaptação ao longo dos séculos. Mais do que simplesmente monumentos históricos, essas estruturas carregam consigo a sabedoria acumulada de civilizações passadas, oferecendo-nos insights valiosos para os desafios contemporâneos. Portanto, ao preservar e estudar a etnogeometria fractal e suas manifestações na arquitetura, estamos não apenas celebrando a diversidade cultural, mas também enriquecendo nossa compreensão do mundo e enriquecendo nosso legado para as gerações futuras.

NC2 –A Etnogeometria fractal expressa em obras arquitetônicas, design, cidades e paisagens naturais contemporâneos

A junção da etnogeometria com as obras arquitetônicas contemporâneas representa um fascinante encontro entre tradição e inovação, onde o passado dialoga com o presente para moldar o futuro da arquitetura. A etnogeometria segundo Costa (2020), é a Etnomatemática particularizada a conteúdos geométricos, e traz consigo um rico legado histórico que remonta às civilizações antigas, onde padrões geométricos eram empregados tanto na arte quanto na arquitetura como formas de expressão cultural e símbolos de significado profundo. Ao integrar

esse conhecimento ancestral com as técnicas e tecnologias contemporâneas, os arquitetos atualmente exploram novas possibilidades de design, incorporando elementos geométricos tradicionais de diferentes culturas em suas criações. Esse diálogo entre o local e o global, entre o passado e o presente, resulta em obras arquitetônicas que não apenas refletem a diversidade cultural, mas também promovem a preservação e valorização do patrimônio histórico e cultural das comunidades ao redor do mundo.

No contexto da arquitetura contemporânea, os profissionais buscam constantemente formas de transcender os limites convencionais, explorando novas abordagens que conectam as raízes culturais com a vanguarda do design. Nesse sentido, a etnogeometria fractal emerge como uma influência poderosa, infiltrando-se nas obras arquitetônicas com uma expressão única e cativante. Imagine-se imerso em uma paisagem urbana onde os edifícios não são meras estruturas, mas sim manifestações tangíveis de uma identidade cultural profunda. Aqui, ***a etnogeometria fractal se manifesta em suas obras contemporâneas, que se caracterizam por uma liberdade criativa e incorporação de valores externos.*** Esses arquitetos visionários não apenas projetam espaços funcionais, mas também contam histórias através de linhas, formas e padrões que ecoam tradições ancestrais. Cada detalhe é meticulosamente concebido para evocar uma sensação de pertencimento e respeito à diversidade cultural, resultando em ambientes que transcendem o tempo e o espaço, conectando passado, presente e futuro em uma dança harmoniosa de geometria e criatividade.

Na busca incessante por inovação na arquitetura moderna, a etnogeometria fractal emerge como uma poderosa fonte de inspiração. Presente nas obras contemporâneas, essa abordagem desafia os paradigmas tradicionais ao incorporar traços de estruturas fractais em seu design. Imagine-se caminhando por uma cidade futurista, onde os arranha-céus não seguem mais a rigidez das linhas retas, mas sim a fluidez e complexidade dos fractais. Aqui, ***a etnogeometria fractal revela sua presença marcante, reinventando espaços urbanos com uma estética ousada e inovadora.*** Cada edifício é uma obra de arte em si mesma, com formas que se repetem em diferentes escalas, criando uma sensação de harmonia e continuidade. Essa integração entre etnogeometria e cultura não apenas eleva o conceito de design arquitetônico, mas também enriquece a experiência humana ao proporcionar ambientes que transcendem o ordinário, convidando-nos a explorar e contemplar a beleza da complexidade fractal em nosso meio ambiente construído.

A integração da ***etnogeometria fractal no cenário urbano contemporâneo transcende o mero conceito de design, revelando-se como uma poderosa ferramenta de recuperação,***

valorização e incentivo às cidades. Aqui, a etnogeometria fractal não é apenas uma estética, mas sim um convite à redescoberta e renovação dos espaços urbanos. Os padrões geométricos intrincados que adornam fachadas e praças não são apenas elementos decorativos, mas sim símbolos de identidade e pertencimento. Eles ecoam o passado enquanto apontam para o potencial futuro das cidades, inspirando uma nova geração de arquitetos, urbanistas e cidadãos a se engajarem na transformação positiva de seus ambientes urbanos. Nesse contexto, a etnogeometria fractal não apenas embeleza as cidades, mas também as fortalece, promovendo a inclusão, a diversidade e a sustentabilidade em sua essência.

A etnogeometria fractal se mostra na cidade contemporânea como um múltiplo fractal, exibindo estruturas fractais nas composições das ruas. Em cidades como Barcelona e sua famosa Avenida Passeig (Gràcia) exibida na Figura 27, podemos observar um exemplo marcante dessa integração. As calçadas, projetadas com mosaicos de azulejos que seguem padrões geométricos complexos, refletem não apenas a riqueza cultural da região, mas também a aplicação prática da etnogeometria fractal (Martins e Librantz, 2006). Da mesma forma, em San Francisco, a Lombard Street exibida na Figura 28 se destaca como um exemplo emblemático de como a geometria fractal pode ser incorporada ao design urbano, com suas curvas sinuosas e vegetação exuberante formando um padrão que se repete em cada curva, oferecendo uma visão única em cada ângulo. Esses são apenas alguns exemplos de como a etnogeometria fractal está presente e ativa nas ruas das cidades contemporâneas, enriquecendo não apenas o ambiente construído, mas também a experiência humana no espaço urbano.

Figura 27 – Avenida Passeig (azulejos com padrões geométricos complexos)



Fonte: <https://www.pinterest.ch/pin/350154939752431908/>

Figura 28 – Rua Lombard Street (São Francisco)



Fonte: <https://www.instagram.com/p/CB3Ib-Hn4Iq/?igshid=2bg5chuvshgx>

A presença *da etnogeometria fractal na composição das edificações contemporâneas revela-se como um testemunho da incessante busca pela representação fractal no cenário arquitetônico*. Em cidades como Singapura, a icônica Marina Bay Sands exposta na Figura 29 surge como um exemplo marcante desse conceito, com suas formas angulares e interconexões que evocam a complexidade dos fractais naturais. Da mesma forma, em Nova York, o One World Trade Center exibido na Figura 30 se destaca não apenas por sua altura, mas também por sua fachada que incorpora padrões geométricos repetitivos, criando uma sensação de continuidade e harmonia visual. Esses exemplos não são apenas testemunhos da influência da etnogeometria fractal na arquitetura contemporânea, mas também representam uma celebração da beleza e da complexidade encontradas na natureza fractal que nos cerca.

Figura 29 – Marina Bay Sands



Fonte: <https://litemerarosa.com/wp-content/uploads/2019/08/Foto-2019-05-28-09-57-23.jpg>

Figura 30 – One World Trade Center



Fonte: James Ewing, Iwan Baan (2015)

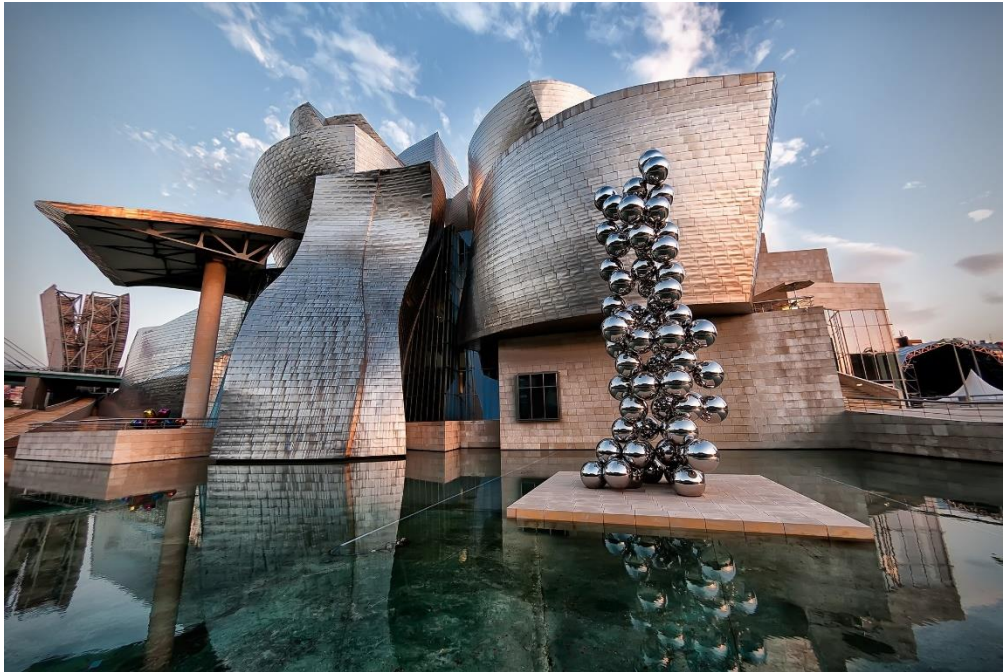
A expressão da *etnogeometria fractal nas paisagens e ambientes construídos ou naturais de cidades distintas revela-se como uma síntese entre cultura, natureza e design*. Imagine-se percorrendo as ruas sinuosas de Kyoto, onde os jardins zen e os templos ancestrais coexistem harmoniosamente com arranha-céus modernos, criando uma paisagem urbana que ecoa os padrões fractais encontrados na natureza circundante. Da mesma forma, em Brasília, a capital brasileira projetada por Oscar Niemeyer, a geometria fluida e as curvas sinuosas dos edifícios públicos dialogam com o cerrado que se estende até onde a vista alcança, formando

uma simbiose única entre o artificial e o natural. Em contraste, em cidades como Dubai, a intersecção entre as linhas retas dos arranha-céus e as curvas das dunas do deserto cria uma estética futurista que reflete a complexidade fractal encontrada na própria areia do deserto. Em cada uma dessas cidades, a etnogeometria fractal se manifesta de maneiras diversas, mas sempre como um elo entre as tradições culturais, a beleza natural e a inovação do design urbano.

John Ruskin, renomado crítico de arte, escritor e filósofo do século XIX, deixou um legado significativo que ecoa até os dias atuais, especialmente no campo da arquitetura e do design. Sua abordagem única e visionária transcendeu as convenções estéticas de sua época, introduzindo conceitos que hoje são considerados fundamentais para a compreensão da relação entre arte, cultura e sociedade. Entre esses conceitos está a ideia da *etnogeometria, que é expressa de forma marcante em suas obras*. Para Ruskin, a geometria não era apenas uma questão de proporção e forma, mas sim uma linguagem simbólica que carregava consigo as tradições culturais e os valores de uma sociedade (Carvalho, 2017). Em suas análises críticas sobre a arquitetura gótica, por exemplo, Ruskin identificou padrões geométricos complexos que refletiam não apenas a habilidade técnica dos construtores, mas também a espiritualidade e a cosmovisão de uma era passada. Além disso, em suas próprias obras de arte e escritos, Ruskin incorporou elementos geométricos inspirados em diversas culturas e tradições, criando uma linguagem visual rica e multifacetada que desafiava as fronteiras entre o local e o global, o antigo e o moderno (Carvalho, 2017). Assim, a etnogeometria se tornou uma ferramenta poderosa não apenas para a compreensão da arte e da arquitetura, mas também para a reflexão sobre a complexidade e a diversidade do mundo que nos cerca. Em suma, as obras de John Ruskin continuam a inspirar e influenciar os pensadores contemporâneos, lembrando-nos da importância de reconhecer e valorizar a riqueza das tradições culturais em nossas criações e interpretações artísticas.

O Museu Guggenheim de Bilbao exposto na Figura 31, foi projetado pelo renomado arquiteto Frank Gehry, é um marco indiscutível na arquitetura contemporânea e um exemplo inspirador de como *a etnogeometria fractal pode ser expressa tanto na construção externa quanto interna de um edifício*. Situado às margens do rio Nervión, o museu se destaca por suas formas orgânicas e fluidas, que se assemelham a uma escultura dinâmica e futurista. Essa arquitetura icônica incorpora elementos fractais em sua estrutura, com linhas curvas e superfícies irregulares que criam uma sensação de movimento e fluxo, evocando padrões encontrados na natureza e em diferentes tradições culturais (Rocha e Silva, 2017).

Figura 31 – O Museu Guggenheim de Bilbao



Fonte: <https://wallhaven.cc/w/lq5l6l>

Segundo Rocha e Silva (2017) ao adentrar o museu, essa mesma estética fractal permeia os espaços internos, criando uma experiência imersiva e envolvente para os visitantes. As galerias e salas de exposição apresentam uma variedade de formas e texturas, com paredes ondulantes e tetos em cascata que proporcionam uma sensação de continuidade e conexão com o ambiente ao redor. A luz natural, filtrada através de grandes janelas e claraboias, cria padrões de sombra e reflexos que amplificam a sensação de profundidade e complexidade, transformando cada espaço em uma obra de arte por si só. Além disso, o uso inovador de materiais, como titânio e vidro, adiciona uma dimensão adicional à expressão fractal do museu, refletindo e refratando a luz de maneiras únicas e imprevisíveis. Essa abordagem integrada da etnogeometria fractal na arquitetura do Museu Guggenheim de Bilbao não apenas enriquece a experiência estética dos visitantes, mas também ressalta a importância de se reconhecer e celebrar a diversidade cultural e natural em nossas criações arquitetônicas contemporâneas (Rocha e Silva, 2017).

Na arquitetura contemporânea, *a etnogeometria fractal emerge como um elemento marcante nas fachadas dos edifícios*, revelando-se como uma expressão única de padrões e formas que ecoam a complexidade da natureza. Imagine-se diante de um prédio de aparência singular, onde cada detalhe da fachada parece seguir um padrão geométrico que se repete em diferentes escalas, criando uma sensação de harmonia e beleza. Essa é a manifestação da etnogeometria fractal, onde elementos como linhas, texturas e formas se entrelaçam para formar

uma composição visualmente cativante. Um exemplo emblemático desse conceito pode ser encontrado no edifício Burj Khalifa, em Dubai, cuja fachada apresenta uma série de padrões geométricos inspirados na cultura árabe e na geometria fractal. As linhas sinuosas e os padrões repetitivos criam uma estética única que se destaca na paisagem urbana, refletindo a riqueza cultural da região e demonstrando a aplicação prática da etnogeometria fractal na arquitetura contemporânea. Assim, a etnogeometria fractal se revela não apenas como um elemento decorativo, mas também como uma ferramenta poderosa para a criação de espaços urbanos mais agradáveis e inclusivos, onde a beleza da geometria se funde com a riqueza da cultura e da história.

Figura 32 – Burj Khalifa



Fonte: <https://cdn.culturagenial.com/es/imagenes/burj-khalifa-og.jpg>

As obras contemporâneas do arquiteto Steven Holl são verdadeiras manifestações da etnogeometria fractal, onde os padrões fractais desempenham um papel crucial na singularidade e na expressão de suas criações arquitetônicas. Ao explorar os limites e interações dos padrões fractais, Holl desafia as convenções estabelecidas, criando espaços que

são ao mesmo tempo inovadores e imersivos. Imagine-se diante de um dos projetos de Steven Holl, como o Museu de Arte Contemporânea de Nanjing, na China. Aqui, a fachada do edifício é adornada com padrões geométricos que se repetem em diferentes escalas, criando uma sensação de movimento e fluidez (Brito, 2020). Esses padrões fractais não apenas decoram a superfície do edifício, mas também influenciam a organização dos espaços internos, contribuindo para uma experiência única e envolvente para os visitantes. Além disso, a abordagem de Holl para a etnogeometria fractal vai além da estética superficial, incorporando-se à própria estrutura e função dos edifícios. Por exemplo, em projetos como o Simmons Hall, no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), os padrões fractais são utilizados para maximizar a eficiência energética e a iluminação natural, criando espaços que são ao mesmo tempo sustentáveis e esteticamente cativantes (Brito, 2020). Dessa forma, as obras de Steven Holl representam uma síntese inovadora entre tradição e vanguarda, onde a etnogeometria fractal é empregada não apenas como um elemento decorativo, mas sim como um princípio orientador que contribui para a singularidade e relevância de suas criações arquitetônicas.

Figura 33 – Museu de Arte Contemporânea de Nanjing



Fonte: <https://imagens-revista-pro.vivadecora.com.br/uploads/2018/03/steven-holl-nanjing.jpg>

Figura 34 – Simmons Hall



Fonte: <https://imagens-revista-pro.vivadecora.com.br/uploads/2018/03/steven-holl-nanjing.jpg>

NC3 – A Etnogeometria fractal como construção de conhecimentos interdisciplinares na arquitetura e em sala de aula, usando tecnologia

A etnogeometria fractal se manifesta de forma dinâmica e inclusiva através de atividades e oficinas que buscam resgatar, por meio da arquitetura, os costumes e tradições de culturas distintas que foram historicamente excluídas ao longo dos séculos. Essas iniciativas representam uma poderosa ferramenta para a preservação e valorização da diversidade cultural, ao mesmo tempo em que promovem a inclusão e o diálogo intercultural. Imagine-se participando de uma dessas atividades em uma comunidade urbana diversificada, onde pessoas de diferentes origens étnicas e culturais se reúnem para aprender e colaborar na criação de espaços arquitetônicos que reflitam suas identidades e histórias. Aqui, a etnogeometria fractal é utilizada como uma linguagem comum que transcende barreiras culturais, permitindo que cada participante contribua com seus conhecimentos e experiências únicas. Essas atividades e oficinas não apenas resgatam os costumes e tradições de culturas marginalizadas, mas também promovem o empoderamento e a autoexpressão das comunidades envolvidas. Ao trabalhar juntos para projetar e construir espaços que celebrem suas heranças culturais, os participantes são capacitados a reivindicar seu lugar na sociedade e a contribuir para um mundo mais inclusivo e equitativo. Além disso, essas iniciativas também têm o potencial de inspirar novas abordagens na arquitetura e no urbanismo, levando a uma maior diversidade estética e funcional nos espaços construídos. Ao integrar elementos da etnogeometria fractal em projetos arquitetônicos contemporâneos, os profissionais da área podem criar ambientes que não apenas sejam visualmente deslumbrantes, mas também culturalmente significativos e socialmente engajados. A expressão da etnogeometria fractal por meio de atividades e oficinas arquitetônicas representa um importante passo em direção a uma sociedade mais inclusiva e plural, onde todas as vozes e culturas são valorizadas e celebradas.

A etnogeometria fractal emerge como uma abordagem inovadora e inspiradora para conceber obras contemporâneas complexas e distintas na arquitetura e no design. Ao aproveitar os benefícios dos sistemas generativos, essa metodologia combina elementos geométricos inspirados em diversas culturas e tradições com algoritmos computacionais, resultando em criações que transcendem os limites da criatividade humana. Essa síntese entre o local e o global, o tradicional e o moderno, permite a concepção de espaços arquitetônicos que não apenas impressionam visualmente, mas também ressoam emocionalmente com as pessoas que os habitam. A etnogeometria fractal, portanto, não só oferece novas possibilidades

estéticas, mas também promove uma conexão mais profunda e significativa entre a arquitetura e as comunidades que ela serve.

A etnogeometria fractal se revela como um conteúdo didático essencial para projetos arquitetônicos que exploram o potencial dos fractais na modernidade, especialmente fazendo uso de computadores (CAAD - Computação Aplicada à Arquitetura e ao Design). Esta abordagem, quando levada à sala de aula, pode introduzir os alunos ao fascinante mundo dos fractais e sua aplicação na arquitetura contemporânea. Ao utilizar ferramentas de CAAD, os estudantes têm a oportunidade de experimentar com formas, padrões e estruturas fractais de maneira virtual, permitindo-lhes explorar o potencial criativo e técnico desses elementos, de forma prática e interativa. Assim, a etnogeometria fractal não apenas enriquece o currículo educacional na área de arquitetura e matemática, mas também prepara os futuros profissionais para enfrentar os desafios e oportunidades da prática arquitetônica contemporânea com uma compreensão mais profunda e abrangente dos princípios fractais.

A etnogeometria fractal emerge como uma ponte entre diferentes campos do conhecimento, promovendo a construção de saberes interdisciplinares ao unir a teoria matemática com a prática da arquitetura e urbanismo. A utilização desses padrões geométricos complexos oferece uma aplicação prática dos conceitos matemáticos, enriquecendo não apenas o aspecto estético, mas também a funcionalidade e a sustentabilidade dos projetos arquitetônicos e urbanísticos. Ao compreender e aplicar os princípios da etnogeometria fractal, os profissionais são capazes de criar espaços que não apenas refletem as necessidades e aspirações das comunidades, mas também se harmonizam organicamente com o ambiente natural e cultural ao seu redor. Essa abordagem interdisciplinar não apenas amplia as possibilidades criativas na concepção de espaços habitáveis, mas também promove uma compreensão mais profunda e holística do papel da matemática na arte e na ciência da construção.

A abordagem da Etnogeometria Fractal na construção de conhecimentos interdisciplinares oferece uma perspectiva valiosa para o combate ao preconceito e racismo, especialmente quando aplicada ao estudo e utilização de fractais em projetos de Arquitetura e Urbanismo. Ao explorar os padrões fractais na arquitetura ao redor do mundo, os alunos são instigados a compreender não apenas os aspectos matemáticos desses padrões, mas também a diversidade cultural e étnica que eles representam. Sob essa ótica, os fractais não são apenas elementos estéticos, mas sim símbolos de uma rica tapeçaria cultural que permeia nossa sociedade.

Essa abordagem interdisciplinar não só promove uma compreensão mais profunda da matemática, mas também ajuda os alunos a desenvolverem uma apreciação pelas diferentes culturas e identidades presentes em nosso meio. Através da Etnogeometria Fractal, os estudantes são incentivados a reconhecer que a cor da pele, o sotaque e a língua nativa são apenas detalhes em uma teia complexa de identidades compartilhadas.

Dessa forma, ao incorporar os princípios da Etnogeometria Fractal na educação em Arquitetura e Urbanismo, não apenas oferecemos uma aplicação prática da teoria matemática, mas também criamos oportunidades para promover a inclusão e a diversidade em nossos espaços de aprendizagem e prática. É através desse diálogo entre a matemática, a arquitetura e a diversidade cultural que podemos construir um ambiente mais justo e equitativo para todos."

A etnogeometria se revela como uma proposta essencial para dar visibilidade a saberes distintos que, ao longo da história, foram sistematicamente excluídos e marginalizados. Esta abordagem reconhece a importância dos conhecimentos tradicionais e culturais, muitas vezes desconsiderados em contextos acadêmicos e institucionais, e busca resgatar e valorizar essas formas de sabedoria. Ao incorporar elementos geométricos e culturais de diversas comunidades e tradições, a etnogeometria não apenas amplia o entendimento do mundo ao nosso redor, mas também promove a inclusão e o reconhecimento da diversidade de perspectivas e experiências. Dessa forma, a etnogeometria não é apenas uma ferramenta para a análise e compreensão da geometria em diferentes culturas, mas também um instrumento poderoso para a promoção da justiça epistêmica e da equidade no campo do conhecimento humano.

A etnogeometria fractal oferece uma perspectiva inovadora e rica para o ensino de matemática e geometria, integrando conceitos geométricos com práticas culturais e a natureza fractal dos padrões encontrados em várias culturas ao redor do mundo. Esta abordagem não apenas reconhece a diversidade cultural, mas também a complexidade intrínseca dos padrões geométricos, conectando conceitos abstratos com experiências tangíveis e contextos étnicos específicos.

Em primeiro lugar, a etnogeometria fractal possibilita uma conexão profunda entre os conceitos matemáticos e a cultura local. Ao explorar os padrões fractais presentes em manifestações culturais como arte indígena, arquitetura tradicional e tecelagem, os alunos podem entender como a geometria está intrinsecamente ligada à identidade e à expressão cultural de diferentes povos. Isso não apenas torna a matemática mais relevante e significativa para os alunos, mas também promove uma apreciação mais profunda da diversidade cultural.

Além disso, a etnogeometria fractal amplia as perspectivas sobre o que é geometria, desafiando noções tradicionais e eurocêntricas. Ao reconhecer e valorizar os diferentes modos de compreender e representar formas e padrões, os alunos são incentivados a pensar de forma mais crítica e criativa sobre conceitos geométricos. Eles podem explorar como diferentes culturas interpretam e utilizam os padrões fractais presentes na natureza e no ambiente construído, expandindo assim seu entendimento da geometria para além dos limites convencionais.

A integração de práticas culturais relacionadas à etnogeometria fractal nas atividades de sala de aula oferece uma oportunidade única para os alunos aplicarem seus conhecimentos matemáticos em contextos do mundo real. Por meio de projetos que envolvem a criação de arte fractal inspirada em culturas específicas ou a análise de padrões geométricos em estruturas arquitetônicas tradicionais, os alunos podem desenvolver habilidades de resolução de problemas e raciocínio matemático enquanto exploram e valorizam a diversidade cultural.

Em suma, a etnogeometria fractal não apenas enriquece o ensino de matemática e geometria, mas também promove uma compreensão mais profunda e inclusiva dos fundamentos geométricos. Ao conectar conceitos matemáticos com práticas culturais e a natureza fractal dos padrões encontrados em diferentes culturas, essa abordagem oferece uma plataforma poderosa para o desenvolvimento do pensamento crítico, da competência intercultural e da apreciação da beleza e da complexidade da geometria em nosso mundo diversificado.

Considerações finais

A análise dos três núcleos da etnogeometria fractal revela uma jornada que perpassa diferentes épocas e contextos, evidenciando a sua relevância ao longo da história e na contemporaneidade. Desde as obras arquitetônicas espontâneas da antiguidade até as criações arquitetônicas, design urbano e paisagens naturais contemporâneas, a presença da etnogeometria fractal é notável, refletindo a intrincada relação entre cultura, geometria e ambiente construído. Além disso, o papel da etnogeometria fractal na construção de conhecimentos interdisciplinares na arquitetura, especialmente por meio da integração de tecnologia em sala de aula, destaca-se como um importante avanço na educação arquitetônica, podendo proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda e prática dos conceitos geométricos em contextos reais. Assim, a etnogeometria fractal não apenas enriquece nossa

compreensão das geometrias e das culturas, mas também inspira a inovação e o diálogo interdisciplinar, fortalecendo os laços entre passado, presente e futuro na busca por espaços construídos mais inclusivos, sustentáveis e significativos.

Diante disso, este trabalho se faz relevante, pois focando as etnogeometrias, nos modos de se mostrar a variedade de fractais nos trabalhos arquitetônicos realizados por povos de diferentes culturas, em espaços e tempos distintos, pode-se possibilitar que o sujeito, leitor desta pesquisa, constituído por todas as vivências que lhe fazem um ser histórico-cultural, compreenda a presença do outro nas diversas perspectivas possíveis: outro sujeito, outra cultura, outro espaço, outra historicidade, outras objetividades e subjetividades. Esta compreensão consolida no sujeito uma ampliação de si, enquanto ser no mundo.

Os fractais, e eles inseridos em obras arquitetônicas são evidências da diversidade cultural supracitadas, são criações que abarcam o espaço e o tempo e, quando estudados fora desse contexto espaço-temporal, permitem o vislumbre de aspectos das sociedades nas quais se originaram, de suas práticas culturais.

A percepção do outro é estruturante da Etnomatemática, pois configura o dar-se conta de que o outro faz ou pode fazer matemática de modos distintos. Se esse fazer envolve fractais na arquitetura, pode haver também diferenças substanciais que, quando focadas, podem mostrar regras e técnicas de produção de matemáticas correlatas ao ambiente sócio-histórico-temporal da criação dessa arquitetura. No exercício de atenção de um sujeito à diversidade, à multiculturalidade, dando-se conta de si e de sua historicidade, para a partir disso compreender o diferente, sem subjugar-lo, realiza-se um movimento à priori de intencionalidade, de estar voltado às possibilidades de matemáticas, de geometrias, aos modos de fazer e praticar etnogeometrias, tal como nos projetos e construções arquitetônicas.

Assim, reforçando a relevância deste trabalho, entende-se que o mesmo é de caráter descentralizador ao permitir um redirecionamento de propostas pedagógicas antes hegemônicas europeias, para a ressignificação de abordagens tendo como um dos instrumentos os fractais. Com isso, assumir a presença de etnogeometrias, desprendendo-se da afirmação de uma matemática ou geometria universal, é construir um caminho de decolonialidade, indo na contramão de padrões, conceitos tacitamente postos que, muitas vezes, subjagam as produções não europeias.

É importante pensar o ensino de matemática nessa perspectiva, da decolonialidade, pois o período escolar e o que se aprende nele constituem a pessoa que, posteriormente, irá tomar decisões relacionadas ao seu entorno, à sociedade, das mais simples às mais complexas, a

dependem da profissão. Muitas destas decisões podem ir de encontro ao preconceito e racismo, pois o trabalho com fractais nas obras arquitetônicas pelo mundo, sob perspectiva da Etnogeometria pode constituir nos alunos a compreensão de que são pessoas imersas em várias culturas, pela característica da construção da sociedade brasileira. Assim, podem entender que nessa imersão cultural, que é compartilhada todos os dias, a cor da pele, o sotaque, a língua nativa, são só detalhes e que, portanto, o racismo antinegro, os preconceitos contra os indígenas e outros grupos devem ser combatidos, para que os espaços, dentre os quais os de produção e de disseminação de conhecimentos sejam democráticos, de acesso a todos, sem distinção.

Referências

ALVES, Cauê Henrique Ayo Chaves. SUJEITOS FRACTALIZADOS:(RE) INTERPRETAÇÕES AFRICANAS E AFRO-DIASPÓRICAS DAS IDENTIDADES. **CADERNO DE ANAIS–PARTE 2**, p. 154, 2009.

ARAÚJO, J. S.; ALVES, G.; PINHEIRO, J. M. L.; FLORES, C. O. V. O Infinito: compreensões que perpassam teorias, ensino e aprendizagem. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, p. 279-305, 2020.

ASSIS, Thiago Albuquerque de et al. **Geometria fractal**: propriedades e características de fractais ideais. Rev. Bras. Ensino Fís., São Paulo, v. 30, n. 2, 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000200005> Acesso em: 09 setembro 2023.

AJAYI, Ade. História geral da África, VI: África do século XIX à década de 1880 / editado por J. F. Ade Ajayi. – Brasília: UNESCO, 2010. 1032 p

BARBOSA, PAULO CESAR FASSINI; DO IGUAÇU-PR, F. O. Z. **GEOMETRIA FRACTAL NUMA ABORDAGEM ETNOMATEMÁTICA**, 2009.

BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica. 1 ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 7-28

BRITO, Leonardo de Oliveira. **Intenções em arquitetura fractal**: uma análise da forma em duas obras de Steven Holl-Sarphatistraat e Loosium. 2020.

CARVALHO, Diogo Ribeiro. RUSKIN DIGITAL: UMA DISCUSSÃO SOBRE A NATUREZA DO ORNAMENTO NA ARQUITETURA CONTEMPORÂNEA. **Cadernos de Arquitetura e Urbanismo**, v. 24, n. 35, p. 134-134, 2017.

COSTA, Cecília. Etnogeometria de artefactos tradicionais: explorações educacionais. **Matemática com vida: diferentes olhares sobre a geometria**, p. 11, 2020.

DETONI, A. R.; PINHEIRO, J. M. L. **Compreensões Filosóficas para Uma Alternativa do Pensamento Geométrico**. REVEMAT, v. 11, p. 232, 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática-elo entre as tradições e a modernidade**. Autêntica, 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. **São Paulo, SP: Editora Ática**, 1998.

EGLASH, Ron. **Os fractais no coração dos desenhos africanos**. 2007. (16m48s). Disponível em: <https://www.ted.com/talks/ron_eglash_on_african_fractals> Acesso em: 22 abril. 2023.

EGLASH, Ron. **African Fractals** – modern computing and indigenous design. 3ª edição. New Jersey: Rutgers University Press, 2007.

EGLASH, Ron. Fractais africanos, Scientific American Brasil, edição especial Etnomatemática, nº 11, 66-67, 2005.

GERDES, Paulo. **Etnogeometria: Cultura e o despertar do pensamento geométrico.** Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão (ISTEG), Belo Horizonte, Boane, Moçambique, 2012.

KRAWCZYK, Robert J.; IBRAHIM, Magdy M. Generating Fractals Based on Spatial Organizations. **Computer Graphics & Geometry**, v. 8, n. 2, p. 2-9, 2006.

LIMA JUNIOR, A. V.; ARAÚJO, S. S.; OLIVEIRA, V. C.; PINHEIRO, J. M. L. Etnomatemática e Formação de Professores de Matemática: uma reflexão sobre currículos de universidades públicas brasileiras. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1-19, 2021.

MANDELBROT, Benoit. **OBJECTOS FRACTAIS: FORMA, ACASO E DIMENSAO / PANORAMA DA LINGUAGEM FRACTAL.** 2ª ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

MARIANO, Pedro Oscar Pizzetti. **Processo de projeto paramétrico de elementos de fachada com características da geometria fractal considerando seu comportamento lumínico.** 2018.

MARTINS, Ana Maria Sala Minucci; LIBRANTZ, André Felipe Henrique. A geometria fractal e suas aplicações em arquitetura e urbanismo. **Exacta**, v. 4, n. Esp, p. 91-93, 2006.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 409 p.

ROCHA, Luciana Sandrini; DA SILVA, Adriane Borda Almeida. Os diálogos (geométricos) que Gehry estabelece com a cidade de Bilbao. **Revista V! RUS**, v. 1, n. 14, 2017.

RIOS, D. P. Primeiro etnogeometria para seguir con etnomatemática. In: **Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática–CBEm-1.** 2000. p. 357-375.

SALA, Nicoletta. **Fractal Geometry And Self-Similarity In Architecture: An Overview Across The Centuries.** The International Society Of The Arts, Mathematics, And Architecture, [s.l.], p.235- 244, Não é um mês valido! 2003.

SANTOS, M. (2006). **A Natureza do Espaço: Técnica e Tempo, Razão e Emoção.** 4ª ed. 2ª reimpr. São Paulo: Edusp.

SOUZA, Diego Loureiro Francisco de. Geometria: fractal e euclidiana nas construções históricas africanas. **Matemática Licenciatura-Unisul Virtual**, 2019.

SILVA, Marcus Vinícius Oliveira Lopes da. **Geometria fractal e atividades para o ensino de matemática: degraus fractais e esponja de Menger.** 2021.

SEDREZ, Maycon Ricardo. **Arquitetura e complexidade: a geometria fractal como sistema generativo.** 2016. Tese de Doutorado. [sn].

SEDREZ, Maycon Ricardo et al. **Forma fractal no ensino de projeto arquitetônico assistido por computador.** 2009.

STEWART, I. **Os Números da Natureza: a realidade irreal da imaginação matemática.** Rio de Janeiro: Ed. Rocco, 1996. 122p.

SALINGAROS, Nikos A. **Architecture, Patterns, and Mathematics**. Nexus Network Journal, v. 1, n. 1–2, p. 75–86, 1 jun. 1999.

PENHA, MERR; SANTOS, Ilana Ramos Costa; DOS SANTOS, Israel Jonatas Veloso. Arquitetura de terra e diferentes maneiras de construir. In: **CONGRESSO DE ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO COM TERRA NO BRASIL**. 2018.